

ENSEIGNER LA NUMÉRATION AU CYCLE 2

Circonscription de Thann

David TOURNIER (IEN) et Romain BERNAUD (ERUN)

29 janvier 2020

RAPPEL DU PARCOURS DE 6H EN MATHÉMATIQUES

Enseigner la numération au cycle 2:
difficultés, enjeux, perspectives

Enseigner le calcul mental
et le calcul en ligne au cycle 2

Accompagnement mathématique de l'équipe
d'école par la RMC (écoles fléchées)

Forum pédagogique
sur l'enseignement
des mathématiques

**PROBLÉMATIQUE
MÉTIER**

ENSEIGNER LA NUMERATION AU CYCLE 2
*Comment construire une représentation efficace du
fonctionnement de la numération décimale ?*

OBJECTIFS DE FORMATION



<http://centre-alain-savary.ens-lyon.fr/CAS>



S'approprier les éléments du prescrit en matière d'enseignement de la numération



Planifier ces enseignements à l'échelle de l'année et du cycle (programmations)



Identifier des points de vigilance dans le cadre des démarches d'enseignement



Observer des pratiques d'enseignement du nombre (vidéos) et les analyser



Partager des outils

PLAN

- Pour introduire le propos
- Mise en situation
- Etat des lieux : l'évolution des compétences des élèves en numération
- Ce que disent les textes
- Points d'attention dans l'enseignement de la numération
- Programmer les apprentissages de la classe
- Démarches et outils
- Conclusion

POUR INTRODUIRE LE PROPOS



<https://www.youtube.com/watch?v=AisR8Cq6c6M>

1.

MISE EN SITUATION

MISE EN SITUATION

- Quelles sont les différentes manières de désigner, caractériser, coder ou décrire le nombre suivant :



- 42

A PROPOS DE 42...

Chaque élève a devant lui une feuille de papier sur laquelle est dessinée une collection de 42 croix. Le professeur demande : « *écrivez combien il y a de croix* ».

Voici ce que l'enseignant observe :

- E1 énumère les croix, écrit au fur et à mesure en dessous de chaque croix les écritures chiffrées 1, 2, 3, ..., 42 en récitant simultanément la comptine numérique un, deux, trois, ..., quarante-sept.
- E2 compte jusqu'à dix, en rayant dix croix, inscrit à côté « 10 », puis compte encore jusqu'à dix, inscrit encore « 10 », jusqu'à obtenir l'écriture « 10, 10, 10, 10, 2 ». Il énonce alors « dix, vingt, trente, quarante, ..., quarante-sept », puis écrit « 42 ».
- E3 fait des paquets de dix croix en les entourant, puis compte le nombre de groupements et inscrit le chiffre 4, puis compte le nombre de croix restantes, et inscrit « 2 » à côté du 4, pour obtenir « 42 ».

Quel.s élève.s a/ont travaillé la numération ?

2. ETAT DES LIEUX : L'ÉVOLUTION DES COMPÉTENCES DES ÉLÈVES EN NUMÉRATION

EVALUATION CE1 CIRCONSCRIPTION: *CONNAISSANCES DES NOMBRES*

3. VEILLE INSTITUTIONNELLE : CE QUE DISENT LES TEXTES

Enseignement du calcul : un enjeu majeur pour la maîtrise des principaux éléments de mathématiques à l'école primaire

NOR : MENE1809042N

note de service n° 2018-051 du 25-4-2018

MEN - DGESCO A1

À l'école maternelle

Très tôt, l'enfant manifeste des compétences relatives aux quantités et à leur expression par des nombres (1). La capacité à dénombrer et l'acquisition de la suite orale des nombres sont complémentaires.

À leur arrivée en maternelle, les élèves distinguent en général les très petites quantités (un, deux ou trois), mais le sens qu'ils ont de la cardinalité est encore intuitif. Pour cela, des activités qui ont spécifiquement pour but la construction de l'aspect cardinal des nombres sont proposées quotidiennement dès la petite section de maternelle. Des jeux (par groupes de deux ou trois) ou la résolution de petits problèmes dont l'énoncé est oralisé par le maître en s'appuyant sur un support toujours concret et tangible, sont proposés : aller chercher une quantité donnée d'objets, aller chercher le nombre nécessaire d'objets pour compléter une boîte dont le nombre de cases est donné ou connu (*j'en veux 6 et pour l'instant j'en ai 2, il m'en manque donc 4*), déterminer le résultat d'un ajout fait derrière un écran noir (*j'en avais 4, j'en rajoute 2, combien en ai-je maintenant ?*), etc.

À travers ces jeux ou problèmes qui amènent des décompositions et recompositions, les élèves mettent en œuvre le processus d'itération de l'unité (9 c'est 8+1) qui donne du sens à la relation d'ordre entre les nombres (8 c'est plus petit que 9, ou 8 c'est moins que 9) et contribue à construire l'aspect ordinal des nombres.

Toutes les occasions doivent être saisies (ou provoquées) afin de faciliter la mémorisation de la suite orale, qui doit être connue jusqu'à 30 en fin de grande section. La récitation collective comme les récitations individuelles doivent être encouragées. La mémorisation de comptines (« un, deux, trois, j'irai dans les bois ; quatre, cinq, six... ») peut y contribuer.

D'autres activités, comme le repérage de la date sur un calendrier, permettent de se familiariser avec cette suite de nombres jusqu'à 30 et son écriture en chiffres. Mais à la maternelle, la suite des nombres est une simple liste ordonnée : le principe fondamental de la numération décimale de position n'apparaît pas encore à l'élève de grande section, qui ne perçoit pas que le nombre qui se lit « douze » s'écrit 12 car il est égal à $1 \times 10 + 2 \times 1$.

Parallèlement à la découverte des nombres écrits dans les activités ordinaires de la vie de la classe ou dans les jeux, l'apprentissage du tracé des chiffres se fait avec la même rigueur que celui des lettres.

Programme

pour

le cycle 2

<http://www.circ-ien-thann.ac-strasbourg.fr/ien/wp-content/uploads/2018/12/C2.pdf>

Programme

pour

le cycle 2

<http://www.circ-ien-thann.ac-strasbourg.fr/ien/wp-content/uploads/2018/12/C2.pdf>

Les élèves consolident leur compréhension des nombres entiers, déjà rencontrés au cycle 1. Ils étudient différentes manières de désigner les nombres, notamment leurs écritures en chiffres, leurs noms à l'oral, les compositions-décompositions fondées sur les propriétés numériques (le double de, la moitié de, etc.), ainsi que les décompositions en unités de numération (unités, dizaines, etc.).

Nombres et calculs

La connaissance des nombres entiers et du calcul est un objectif majeur du cycle 2. Elle se développe en appui sur les quantités et les grandeurs, en travaillant selon plusieurs axes.

Des résolutions de problèmes contextualisés : dénombrer des collections, mesurer des grandeurs, repérer un rang dans une liste, prévoir des résultats d'actions portant sur des collections ou des grandeurs (les comparer, les réunir, les augmenter, les diminuer, les partager en parts égales ou inégales, chercher combien de fois l'une est comprise dans l'autre, etc.). Ces actions portent sur des objets tout d'abord matériels puis évoqués à l'oral ou à l'écrit ; le travail de recherche et de modélisation sur ces problèmes permet d'introduire progressivement les quatre opérations (addition, soustraction, multiplication, division).

L'étude de relations internes aux nombres : comprendre que le successeur d'un nombre entier c'est « ce nombre plus un », décomposer/recomposer les nombres additivement, multiplicativement, en utilisant les unités de numération (dizaines, centaines, milliers), changer d'unités de numération de référence, comparer, ranger, itérer une suite (+1, +10, +n), etc.

L'étude des différentes désignations orales et/ou écrites : nom du nombre ; écriture usuelle en chiffres (numération décimale de position) ; *double de, moitié de, somme de, produit de ; différence de, quotient et reste de* ; écritures en ligne additives/soustractives, multiplicatives, mixtes, en unités de numération, etc.

L'appropriation de stratégies de calcul adaptées aux nombres et aux opérations en jeu. Ces stratégies s'appuient sur la connaissance de faits numériques mémorisés (répertoires additif et multiplicatif, connaissance des unités de numération et de leurs relations, etc.) et sur celle des propriétés des opérations et de la numération. Le calcul mental est essentiel dans la vie quotidienne où il est souvent nécessaire de parvenir rapidement à un ordre de grandeur du résultat d'une opération, ou de vérifier un prix, etc.

Une bonne connaissance des nombres inférieurs à mille et de leurs relations est le fondement de la compréhension des nombres entiers et ce champ numérique est privilégié pour la construction de stratégies de calcul et la résolution des premiers problèmes arithmétiques.

ATTENDUS DE FIN D'ANNÉE ET REPRES ANNUELS DE PROGRESSION



<https://echanges.ac-strasbourg.fr/oc/index.php/s/IrJ9WpVxhICN0sH>

REPÈRES ANNUELS DE PROGRESSION POUR LE CYCLE 2

NOMBRES ET CALCULS

Il est possible, lors de la résolution de problèmes, d'aller au-delà des repères de progression identifiés pour chaque niveau

Nombres

CP	CE1	CE2
<p>Dès le début de l'année, les élèves poursuivent le travail mené à l'école maternelle. Ils dénombrent des collections en utilisant les nombres entiers. Ils utilisent ces nombres pour comparer des collections et apprennent à les ordonner. Ils repèrent les nombres qui sont avant et après, le suivant et le précédent d'un nombre.</p> <p>Ils décomposent et recomposent quotidiennement des collections pour automatiser progressivement les relations entre les nombres, particulièrement avec les nombres 5, 10 et 20.</p> <p>Par exemple, 10, c'est 7 plus 3, mais aussi 9 plus 1.</p> <p>Dès la période 2, ils réalisent des groupements par 10. Ils s'exercent à échanger 10 unités pour une dizaine, et inversement.</p> <p>Le travail de groupements par 10 permet d'aborder rapidement les nombres supérieurs à 20 (jusqu'à 60 au moins) pour travailler sur les aspects positionnel et décimal de la numération écrite.</p> <p>Les nombres jusqu'à 100 sont introduits suffisamment tôt (en période 4 au plus tard) pour pouvoir être maîtrisés à la fin du CP.</p> <p>Dès le début de l'année, les élèves étudient de façon systématique la numération décimale écrite en chiffres (dizaines, unités simples) pour les nombres jusqu'à 100. La désignation orale des nombres est démarrée en période 3 : « 53, c'est 5 dizaines et 3 unités ; c'est (5 fois 10) et (3 fois 1) ».</p>	<p>Dès le début de l'année, les élèves poursuivent l'étude de la numération décimale en travaillant avec des centaines.</p> <p>La connaissance des nombres jusqu'à 100 est consolidée, notamment pour leur désignation orale et pour le calcul mental.</p> <p>Ils apprennent à multiplier par 10 pour mieux construire mentalement la numération décimale.</p> <p>Ils consolident (réduction du nombre d'erreurs) et optimisent (rapidité accrue du calcul) l'automatisation des relations entre les nombres, particulièrement avec les nombres 5, 10 et 20.</p> <p>Le travail d'automatisation des compléments à 10 se poursuit.</p>	<p>Dès le début de l'année, les élèves poursuivent l'étude de la numération décimale en travaillant avec des milliers.</p> <p>Parallèlement, la connaissance des nombres jusqu'à 1 000 est consolidée, notamment pour leur désignation orale et pour le calcul mental.</p> <p>Ils consolident leur connaissance de la multiplication par 10 et apprennent à multiplier par 100.</p>



4. POINTS D'ATTENTION DANS L'ENSEIGNEMENT DE LA NUMÉRATION ET ÉLÉMENTS DE DÉMARCHE

TROIS MOMENTS-CLÉS LORS DE L'APPRENTISSAGE DES NOMBRES

- La conception des nombres, c'est-à-dire le passage d'un traitement intuitif et approximatif des grandeurs et des quantités à un traitement exact des nombres.
- La désignation des nombres dans un langage spécifique (**oral**) et dans un **système écrit**.
- L'utilisation d'opérations mathématiques sur les nombres pour résoudre des problèmes.

DEUX SYSTÈMES DE NUMÉRATION EN FRANCE

LA NUMÉRATION ORALE

- Le **système oral** de désignation des nombres utilise un certain nombre de mots : 26 « mots nombres » peuvent être combinés pour pouvoir dire les nombres jusqu'au billion.
- Les combinaisons utilisent parfois une relation :
 - d'addition : 108, c'est $100 + 8$
 - de multiplication : 300, c'est 3×100

Ces liens ne sont pas transparents.

DEUX SYSTÈMES DE NUMÉRATION EN FRANCE

LA NUMÉRATION ÉCRITE CHIFFRÉE

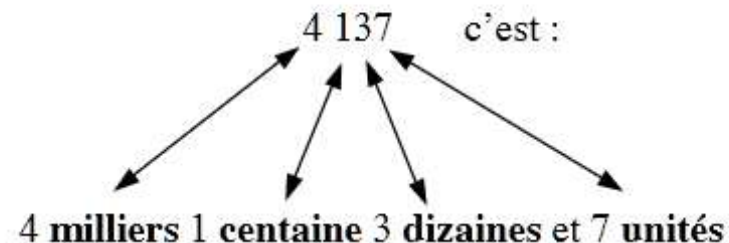
- La **numération écrite chiffrée** utilise les chiffres dits arabes. 10 chiffres permettent d'écrire l'infinité des nombres.
- 9 unités (9u) + 1 unité (1u) forment une nouvelle unité appelée la dizaine (1d) - ou unité du deuxième ordre. La centaine est une unité du troisième ordre.
- L'écriture chiffrée est régie par deux principes :
 - le principe de position
 - le principe décimal

DEUX SYSTÈMES DE NUMÉRATION EN FRANCE

LA NUMÉRATION ÉCRITE CHIFFRÉE

le principe de position

Aspect position de la numération : dans l'écriture d'un nombre, la valeur des chiffres dépend de leur position.



Ce que l'on écrit souvent dans un tableau de numération :

M	C	D	U
4	1	3	7

Le chiffre 0 sert à marquer la position des chiffres quand une unité est absente.

→ 2 n'a pas la même valeur dans les nombres 123, 213 et 312

DEUX SYSTÈMES DE NUMÉRATION EN FRANCE

LA NUMÉRATION ÉCRITE CHIFFRÉE

le principe décimal

Aspect décimal de la numération (ou relations entre unités) : 10 unités d'un certain rang sont égales à une unité du rang supérieur.

1 dizaine = 10 unités,

1 centaine = 10 dizaines, donc 1 centaine = 100 unités

1 millier = 10 centaines, donc 1 millier = 100 dizaines et 1 millier = 1000 unités.

→ Il y a un rapport de dix entre les différentes unités

Exemple : 1d, c'est 10u ; 1c, c'est 10d

**Renvoie aux situations
de « groupements »
ou « échanges »**

Tempier, F. (2010). Une étude des programmes et manuels sur la numération décimale au CE2.
Grand N, 86, 59-90

POURQUOI EST-IL IMPORTANT D'ENSEIGNER CES DEUX SYSTÈMES ?

- Les deux aspects de la numération sont en jeu dans toutes les techniques opératoires.
- En particulier, l'aspect décimal intervient dans les retenues pour les techniques usuelles de l'addition, de la soustraction et de la multiplication.

• Ex :

1		
5	9	3
+ 3	4	5
<hr/>		
9	3	8

$9d + 4d = 13d = 1c + 3d$ (aspect décimal)

La position occupée par les centaines est le 3^{ème}
rang (aspect position)

ZOOM SUR... LES UNITÉS DE NUMÉRATION



- Exemples d'une écriture en unités de numération (UN) :

$$6c + 7d + 8u$$

$$7d + 8u + 6c$$

$$5c + 8u + 17d$$

↙ ↘ Décompositions canoniques : le nombre d'unités de chaque ordre est inférieur ou égal à 9

← Décomposition non canonique

- L'ordre des UN ou la nécessité de convertir certaines UN a une influence sur la réussite d'exercices de type traduction d'une écriture en UN en écriture chiffrée (EC) (Mounier, 2015)

Traductions d'une écriture en unités de numération en écriture chiffrée	$1c + 9d + 3u = \dots$	91%
	$8d + 2c + 5u = \dots$	78%
	$6c + 9u = \dots$	65%
	$5c + 12d + 3u = \dots$	39%

DÉNOMBRER UNE GRANDE COLLECTION SANS PASSER PAR LA NUMÉRATION ORALE

+ Dénombrer une grande collection sans passer par la numération orale

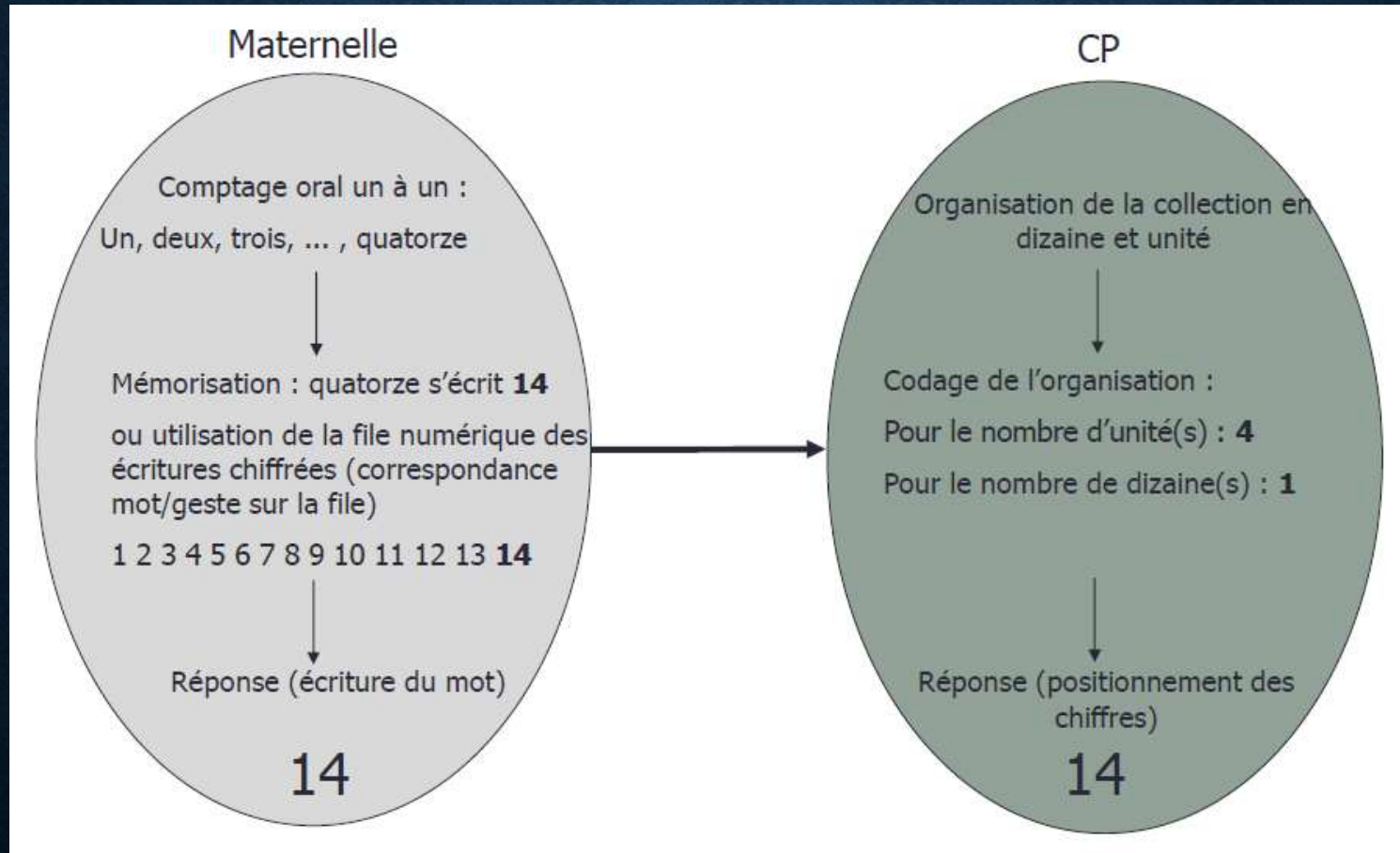
Classe de CP Wittelsheim



1	9	5
---	---	---

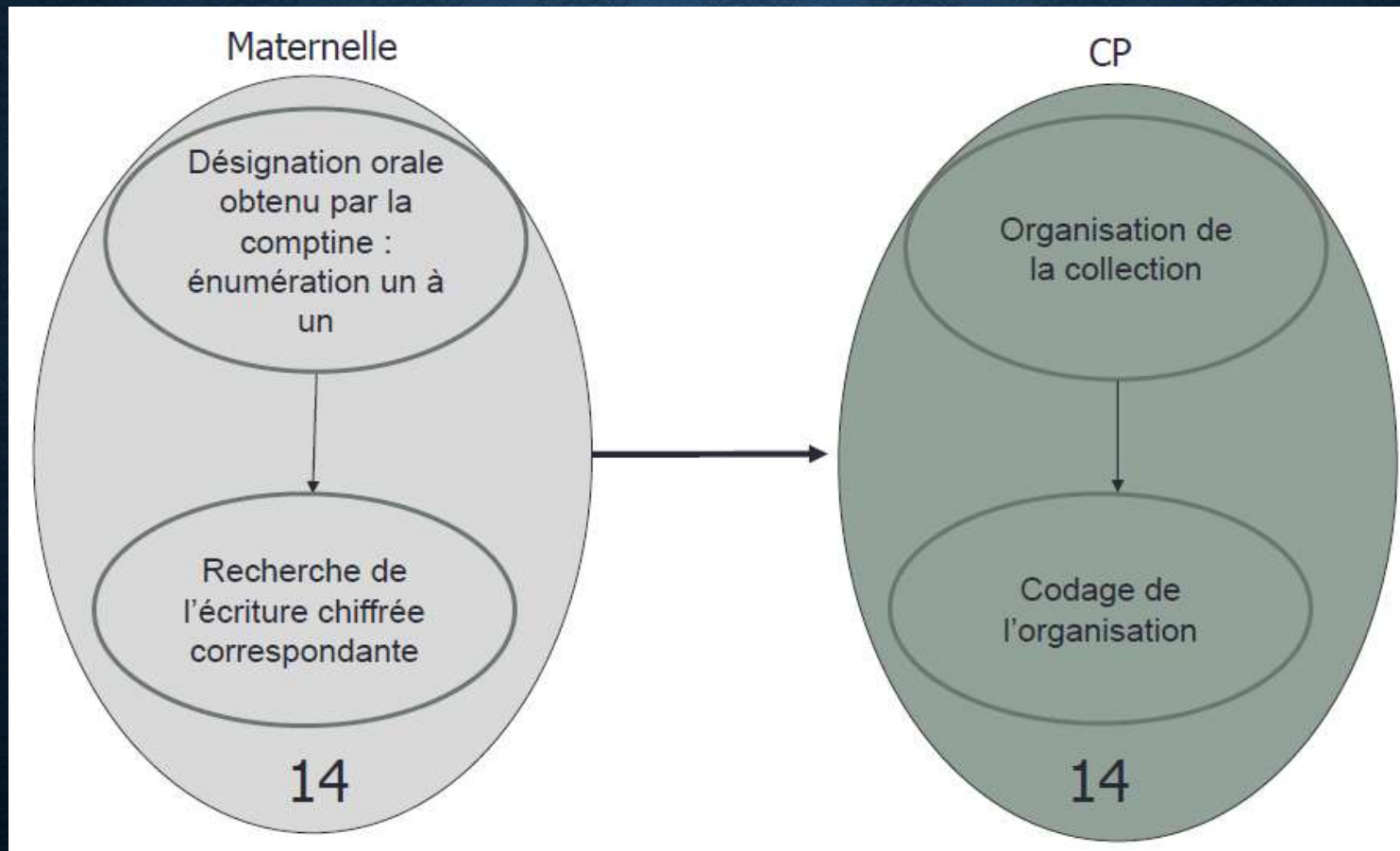
A hand-drawn table with three columns and one row. The first column contains the number '1', the second column contains the number '9', and the third column contains the number '5'. Above the table, there are some faint markings and a small grid of dots.

QUELLE ÉVOLUTION DU CYCLE 1 AU CYCLE 2 ?



Mounier, E. (2017, novembre). *La numération parlée et la numération écrite chiffrée*. Conférence à Paris

QUELLE ÉVOLUTION DU CYCLE 1 AU CYCLE 2 ?



Mounier, E. (2017, novembre). *La numération parlée et la numération écrite chiffrée*. Conférence à Paris

BILAN: ENSEIGNER LA NUMÉRATION AU CYCLE 2, C'EST FAIRE EN SORTE QUE LES ÉLÈVES SOIENT CAPABLES DE :

- Dénombrer, constituer et comparer des collections en les organisant
- Désigner le nombre d'éléments de diverses façons (écritures additives ou multiplicatives, écritures en unités de numération, écriture usuelle) ; et passer d'une représentation à l'autre, en particulier pour associer les noms des nombres à leurs écritures chiffrées
- Comprendre l'aspect positionnel et l'aspect décimal des écritures chiffrées
- Nommer, lire, écrire, représenter des nombres entiers

RETOUR SUR LE CAS PRATIQUE

Chaque élève a devant lui une feuille de papier sur laquelle est dessinée une collection de 42 croix. Le professeur demande : « Ecrivez le nombre de croix ».

- L'élève 1 fait des paquets de 10 croix en les entourant puis énonce « dix, vingt, trente, quarante, quarante-et-un, etc. », puis écrit 42
- L'élève 2 énumère les croix en récitant la comptine numérique jusqu'à quarante-sept, puis écrit 42.
- L'élève 3 fait des paquets de 10 croix en les entourant, puis compte le nombre de groupements et inscrit le chiffre le 4. Il compte le nombre de croix restantes et inscrit « 2 » à côté du 4 pour obtenir « 42 »

Quelles procédures va-t-on enseigner au cycle 2 ?

DES DIFFICULTÉS SPÉCIFIQUES AUX SYSTÈMES

- La numération écrite chiffrée n'est pas la version écrite de la numération orale.
- La numération orale préexiste avant l'autre dans le vécu d'un individu
- Ces deux numérations distinctes désignent le même nombre avec des spécificités différentes.
- « Les enfants issus des cultures asiatiques réussissent plus rapidement l'apprentissage du système arabe que les enfants des cultures occidentales (Etats-Unis, Suède, France), essentiellement du fait que leurs systèmes oraux ont une base dix aisément perceptibles. » ⁽¹⁾

⁽¹⁾ Fayol, M. (2018) *L'acquisition du nombre. Que sais-je?*

DES DIFFICULTÉS CHEZ LES ÉLÈVES

- Le transcodage (passage d'un code à l'autre) est peu aisé
 - quand je vois « 1205 », je ne peux pas simplement dire « un deux zéro cinq »
 - pour écrire « mille-cinq-cent-trois », je ne peux pas écrire « 100 5 100 3 »
- Deux types d'erreurs induites chez les élèves
 - lexicales : neuf / 6 ; seize / 13
 - syntaxiques (relations entre les mots ou les chiffres)
 - vingt-sept : 207
 - trois-cents : 3100

ANALYSE DE PRODUCTIONS D'ÉLÈVES

- Analyse des erreurs des élèves et propositions de piste.s de remédiation

Production 1

3 d 2 u 9 μ 2 d

parce que 32 est plus petit que 92

Production 2

3 d 2 u 9 μ 2 d

The diagrams illustrate the student's understanding of the comparison between the numbers 32 and 92. The first group of four rectangles shows the digits 3, 2, 9, and 2 from left to right, with the tallest rectangle on the left (3) and the shortest on the right (2). The second group of eight rectangles shows the digits 9, μ, 2, and d from left to right, with the tallest rectangle on the left (9) and the shortest on the right (d). Small circles are drawn above the tallest rectangles in both groups, indicating the student's focus on the tens place.

DES DIFFICULTÉS CHEZ LES ÉLÈVES

Dans l'apprentissage des nombre inférieurs à 100 :

- Difficulté de s'approprier la dizaine comme une nouvelle unité (dix, c'est une **unité** de dizaines) et à faire le lien entre le chiffre des dizaines (le 2^e rang) et une quantité d'objets qui correspond à ce rang : interpréter 42 comme 4 paquets de 10 et 2 unités.
- Différentes interprétations possibles de la numération orale : approche ordinale (42 = le 42^e mot-nombre prononcé quand on récite la comptine numérique), approche additive (42 = mot-nombre repère 40 et encore 2), approche multiplicative (4 paquets de 10 et encore 2) ; la dernière permet de comprendre l'écriture chiffrée .

Au-delà de 100, les choses se complexifient. Il faut tout à la fois :

- comprendre la centaine comme une nouvelle unité (« 1 centaine »)
- et l'interpréter de différentes manières: comme 10 dizaines et comme 100 unités.
Différentes interprétations de l'écriture chiffrée : 123, c'est une centaine et 23 unités ; 1 centaine, 2 dizaines et 3 unités ; 12 dizaines et 3 unités ; 123 unités.

DES DIFFICULTÉS CHEZ LES ÉLÈVES

« Force est de constater l'existence de difficultés persistantes en lien direct avec la numération, du CP au CM2, malgré les invariables révisions annuelles faisant suite aux apprentissages réalisés au cours du Cycle 2¹ : oubli du zéro terminal ou intermédiaire, difficultés à mettre en relation l'écriture chiffrée des nombres ayant une désignation orale irrégulière (70 à 99) lors d'activités de transcodage du type dictée de nombres, difficultés liées à l'utilisation des grands nombres (coder/décoder), difficultés retrouvées également dans la mise en œuvre des techniques opératoires. La liste n'est pas exhaustive.

Anselmo, B., Zucchetta, H. (2013). Du comptage à la numération, une formation sur l'enseignement de la numération. *Grand N*, 91, pp. 71-91

DES OCCASIONS RATÉES D'UN TRAVAIL SUR LES RELATIONS ENTRE UNITÉS

En fin de CE1, découverte des nombres supérieurs à 1000

Problème (Cap Maths CE1): faire 2 153 perles en utilisant des paquets de 100, 10 et perles toutes seules.

Différentes propositions d'élèves à vérifier... dont 12 paquets de 100, 5 paquets de 10 et 3 perles toutes seules.

Comment fait-on pour calculer 12×100 ?

Difficultés des élèves.

La maîtresse: « le zéro qui est là, je l'ai remis là (pour la multiplication par 10) et les deux zéros qui sont là je les ai remis là ». Et elle repasse en rouge au fur et à mesure.

$12 \times 10 = 120$ et $12 \times 100 = 1\,200$



Frédéric TEMPIER

DES OCCASIONS RATÉES D'UN TRAVAIL SUR LES RELATIONS ENTRE UNITÉS

Classe de CE2

Problème: recomposer les nombres suivants:

Des étiquettes 1, 10, 100 que les élèves peuvent déplacer sur leur table.

Les réponses des élèves: 1212, 1213, 12112

Comptage oral en unités simples: cent, deux-cents, trois cents, ..., **neuf-cents**, **mille**, mille-cent, mille-deux-cents, mille-deux-cent-dix, ..., **mille-deux-cents-quatre-vingt-dix**, **mille-trois-cents**...

8c 4d 3u

32d

13c

12c 8d 1u

14c 2u

12c 11d 2u



Frédéric TEMPIER

DES OCCASIONS RATÉES D'UN TRAVAIL SUR LES RELATIONS ENTRE UNITÉS

Classe de CE2

Problème: il faut trouver des décompositions différentes de 5 487.

Pour vérifier les propositions des élèves, l'enseignante trace un tableau de numération et écrit les nombres correspondant à chaque unité.

Par exemple, 4 M 23 C 8 D 7 U: l'enseignante écrit 4 au rang des milliers mais pour 23 elle écrit (sans rien dire) 2 au rang des milliers et 3 au rang des centaines. Puis elle ajoute les chiffres de chaque colonne.

M	C	D	U
4			
2	3		

La relation entre 23 centaines et 2 milliers 3 centaines est passée sous silence par le recours immédiat au tableau de numération, pris en charge par l'enseignante.

le **Frédéric TEMPIER**



5. PROGRAMMER
LES APPRENTISSAGES
DE LA CLASSE

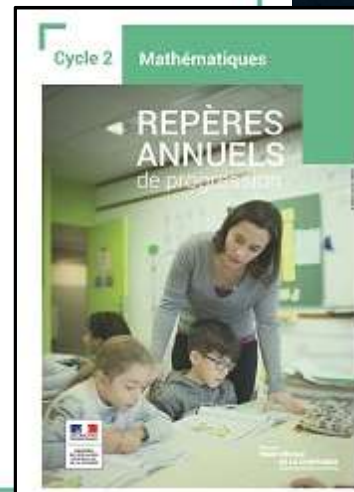
REPÈRES ANNUELS DE PROGRESSION POUR LE CYCLE 2

NOMBRES ET CALCULS

Il est possible, lors de la résolution de problèmes, d'aller au-delà des repères de progression identifiés pour chaque niveau

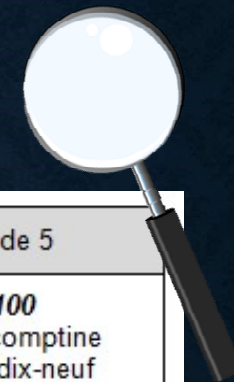
Nombres

CP	CE1	CE2
<p>Dès le début de l'année, les élèves poursuivent le travail mené à l'école maternelle. Ils dénombrent des collections en utilisant les nombres entiers. Ils utilisent ces nombres pour comparer des collections et apprennent à les ordonner. Ils repèrent les nombres qui sont avant et après, le suivant et le précédent d'un nombre.</p> <p>Ils décomposent et recomposent quotidiennement des collections pour automatiser progressivement les relations entre les nombres, particulièrement avec les nombres 5, 10 et 20.</p> <p>Par exemple, 10, c'est 7 plus 3, mais aussi 9 plus 1.</p> <p>Dès la période 2, ils réalisent des groupements par 10. Ils s'exercent à échanger 10 unités pour une dizaine, et inversement.</p> <p>Le travail de groupements par 10 permet d'aborder rapidement les nombres supérieurs à 20 (jusqu'à 60 au moins) pour travailler sur les aspects positionnel et décimal de la numération écrite.</p> <p>Les nombres jusqu'à 100 sont introduits suffisamment tôt (en période 4 au plus tard) pour pouvoir être maîtrisés à la fin du CP.</p> <p>Dès le début de l'année, les élèves étudient de façon systématique la numération décimale écrite en chiffres (dizaines, unités simples) pour les nombres jusqu'à 100. La désignation orale des nombres est démarrée en période 3 : « 53, c'est 5 dizaines et 3 unités ; c'est (5 fois 10) et (3 fois 1) ».</p>	<p>Dès le début de l'année, les élèves poursuivent l'étude de la numération décimale en travaillant avec des centaines.</p> <p>La connaissance des nombres jusqu'à 100 est consolidée, notamment pour leur désignation orale et pour le calcul mental.</p> <p>Ils apprennent à multiplier par 10 pour mieux construire mentalement la numération décimale.</p> <p>Ils consolident (réduction du nombre d'erreurs) et optimisent (rapidité accrue du calcul) l'automatisation des relations entre les nombres, particulièrement avec les nombres 5, 10 et 20.</p> <p>Le travail d'automatisation des compléments à 10 se poursuit.</p>	<p>Dès le début de l'année, les élèves poursuivent l'étude de la numération décimale en travaillant avec des milliers.</p> <p>Parallèlement, la connaissance des nombres jusqu'à 1 000 est consolidée, notamment pour leur désignation orale et pour le calcul mental.</p> <p>Ils consolident leur connaissance de la multiplication par 10 et apprennent à multiplier par 100.</p>

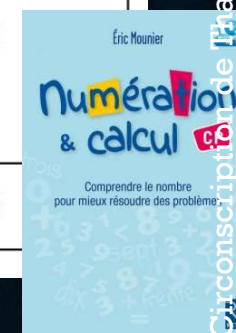


EXEMPLE DE PROGRAMMATION AU CP

(E. MOUNIER)



	Période 1	Période 2	Période 3	Période 4	Période 5
Numération orale Comptine	→ 19 Grande comptine de un à dix-neuf	→ 29 Petite comptine de un à neuf	→ 59 Petite comptine de un à neuf	→ 79 Grande comptine de un à dix-neuf	→ 100 Grande comptine de un à dix-neuf
Numération écrite chiffrée Comparaison de collections	→ 10 - Groupements par 5 - Nécessité de la dizaine pour organiser des collections afin de les comparer	→ 99 - Groupements par 10 - Compréhension du fonctionnement du système positionnel des écritures chiffrées			
Numération écrite chiffrée Ecriture chiffrée	<i>Séances préparatoires aux écritures chiffrées</i> Codage commun ne correspondant pas aux écritures chiffrées		<i>Écritures chiffrées des nombres de 1 à 99</i>		
Lien entre les deux numérations Association des désignations écrites chiffrées des nombres aux désignations orales	<i>Aucune association</i>		→ 59	→ 79	→ 99
Problèmes et calculs	→ 10		→ 20	→ 60	→ 99



AUTRE EXEMPLE DE PROGRAMMATION AU CP

(S. BARUK)



- **Etape 1 :**

5 semaines de 1 à 9 : donner du sens à la quantité (nombres de), représentations diverses (constellations, monstrations etc.), décompositions additives, comparaison

Commencer à aborder les 30 – sens – Représentation (Ex : 37, 32 puis 30)

- **Etape 2 :**

Les nombres à 2 chiffres : 37 puis tous les « 30 » en finissant par 30 (le « 0 » = le chiffre du silence.

- **Etape 3**

Les nombres en « ante » : 30,40,50,60

Groupements (aller sur de grandes quantités pour comprendre que l'on gagne du temps à faire de grands groupements (10...))

- **Etape 4 :**

Aborder les nombres de la vingtaine (de 29 à 20)

- **Etape 5**

Aller de 20 vers 10 : 19, 18, 17 (entendre le « 1 » qui dit « dix ») puis 10 et enfin les cachotiers (de 11 à 16 : « -ze » comme le « 10 » qui est passé de l'autre côté)

- **Etape 6**

70,80,90

Groupements – échanges (abstraction)

- **Etape 7**

Rebrassage et centaine

6. DÉMARCHES ET OUTILS

ANALYSE DE VIDÉOS



ANALYSE DE VIDÉOS



MANIPULATION ACTIVE OU PASSIVE ?

Situation 1

Le 1^{er} gobelet contient 5 jetons.

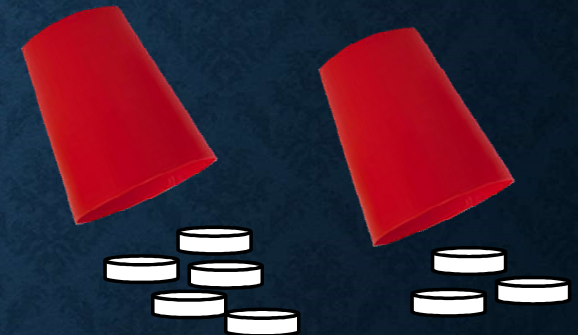


1. L'enseignant retourne le 1^{er} gobelet. Il demande aux élèves combien de jetons il y avait dans le gobelet.

Le 2^{ème} gobelet contient 3 jetons.



2. L'enseignant retourne le 2^{ème} gobelet. Il demande aux élèves combien de jetons il y avait dans le gobelet.



3. Il demande aux élèves combien de jetons sont sur la table.

MANIPULATION ACTIVE OU PASSIVE ?

Situation 2

Le 1^{er} gobelet contient 5 jetons.



1. L'enseignant retourne le 1^{er} gobelet. Il demande aux élèves combien de jetons sont sur la table.

Après la réponse, il replace les jetons dans le gobelet.

Le 2^{ème} gobelet contient 3 jetons.



2. Il fait de même pour le second gobelet.

3. Il demande aux élèves combien de jetons sont cachés dans les gobelets.

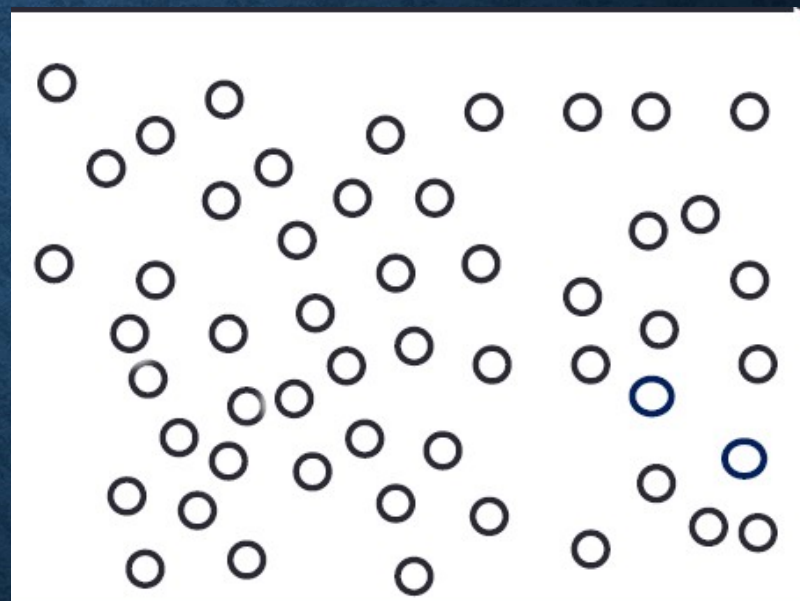
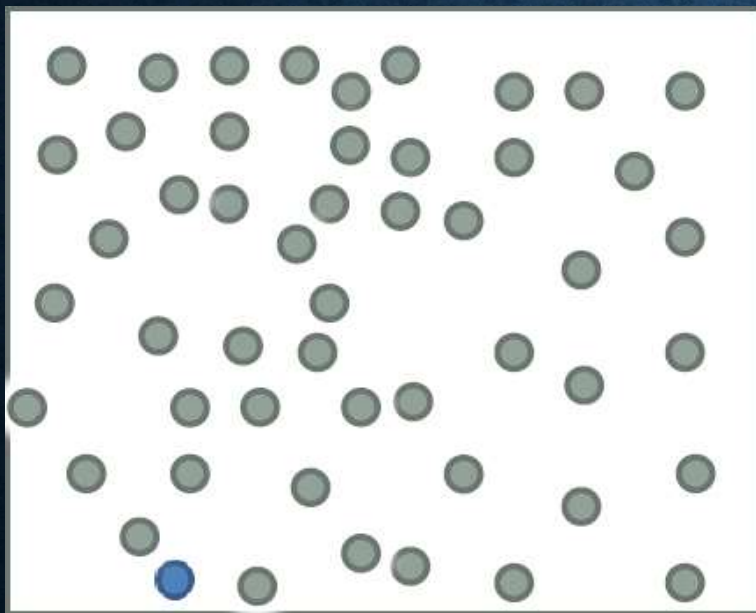


MANIPULATION ACTIVE OU PASSIVE ?

- Dans la première situation,
 - ✓ Le sujet ne fait que dénombrer.
 - ✓ Il découvre en même temps qu'il manipule : c'est une **manipulation passive**.
- Dans la deuxième situation,
 - ✓ Le réel s'est estompé.
 - ✓ Le sujet doit **anticiper** une réponse.
 - ✓ La validation reste possible grâce au retour au réel (la vision des jetons).
 - ✓ Il doit symboliser ou schématiser.
 - ✓ La manipulation sert à vérifier ce que l'élève a anticipé : c'est une **manipulation active**.

UNE PISTE DE RÉFLEXION

Dans quel cadre y a-t-il le plus de jetons ?



UNE PISTE DE RÉFLEXION

Dans quel cadre y a-t-il le plus de jetons ?



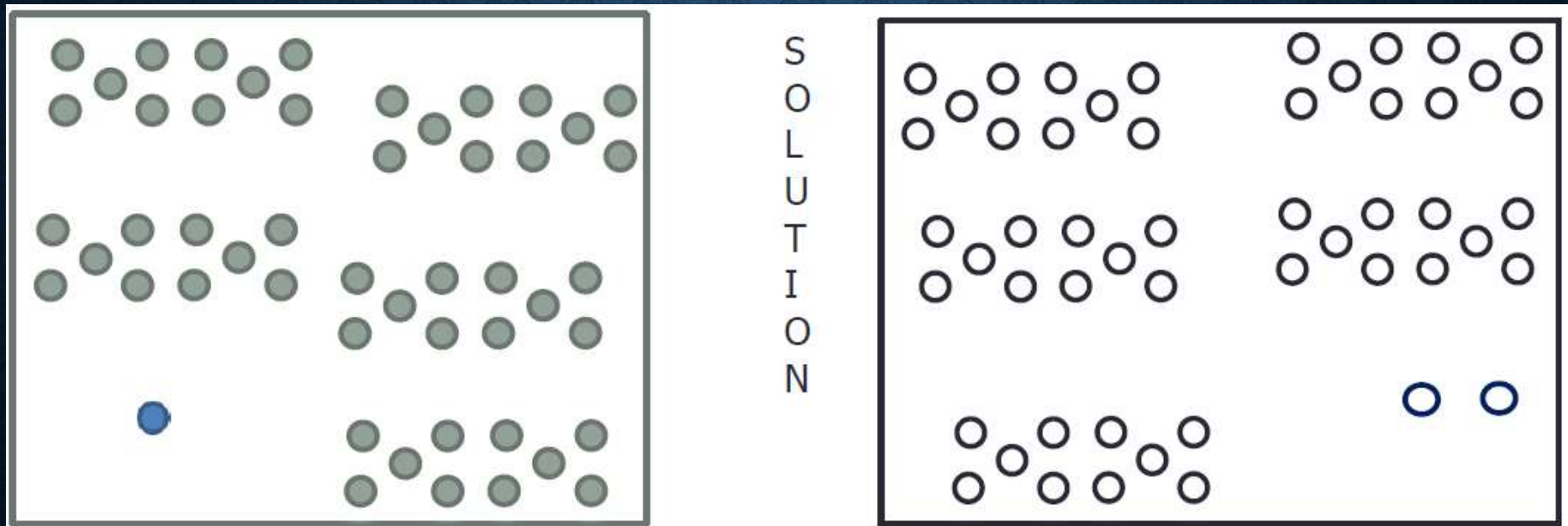
UNE PISTE DE RÉFLEXION

La solution du problème passe par l'organisation en groupes identiques.



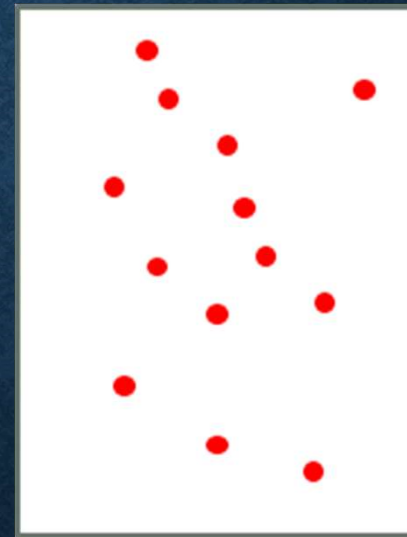
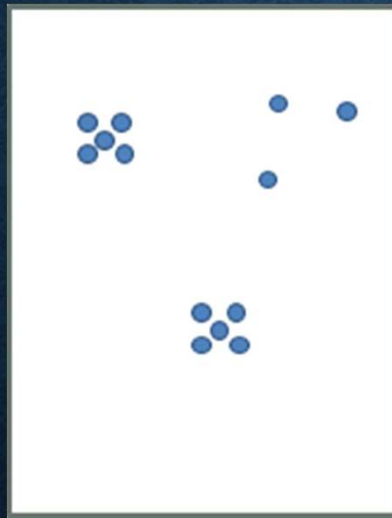
UNE PISTE DE RÉFLEXION

La solution du problème passe par l'organisation en groupes identiques.

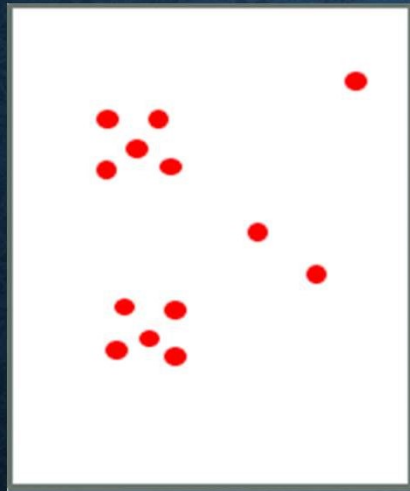
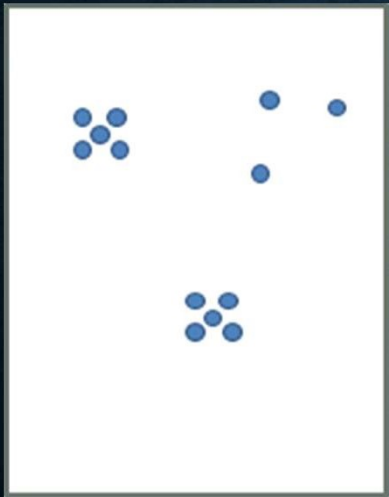


CONSTRUIRE LA NUMÉRATION CHIFFRÉE SANS L'UTILISATION DES MOTS NOMBRES : LA COMPARAISON DE COLLECTIONS

Au lieu de proposer de dénombrer , **proposer de comparer le cardinal de deux des collections.**



CONSTRUIRE LA NUMÉRATION CHIFFRÉE SANS L'UTILISATION DES MOTS NOMBRES : LA COMPARAISON DE COLLECTIONS

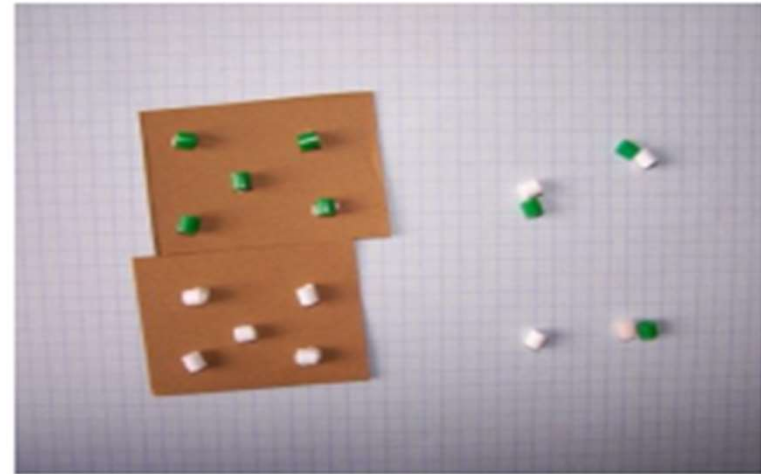
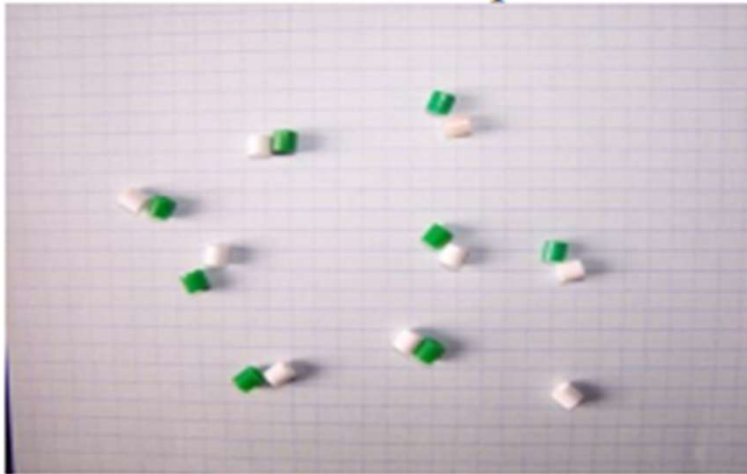


- Si on organise les deux collections avec des regroupements identiques, la comparaison en est facilitée.
- Du dénombrement terme à terme aux groupements réguliers : un pas nécessaire vers la compréhension de notre système de numération positionnelle !

Pour valider sans
passer par les
dénombrements



Différentes validations sont possibles :



CONSTRUIRE LA NUMÉRATION CHIFFRÉE SANS L'UTILISATION DES MOTS NOMBRES : LA COMPARAISON DE COLLECTIONS

Le groupement apparaît comme étant la solution à un problème posé : comparer visuellement deux collections.

Dans un premier temps, les objets sont déplaçables.



CONSTRUIRE LA NUMÉRATION CHIFFRÉE SANS L'UTILISATION DES MOTS NOMBRES : LA COMPARAISON DE COLLECTIONS

Faire ressortir l'utilité d'avoir le même type de regroupement (par cinq, puis par dix) pour une comparaison visuelle. La comparaison permet d'éviter le comptage.



5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 2

5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 4



La dernière étape doit induire la nécessité de coder les organisations soit pour se souvenir, soit pour communiquer. L'étape suivante sera le passage d'une écriture graphique à une écriture chiffrée

10, 10, 10, 10, 2

10, 10, 10, 9



La validation se fait par association terme à terme

QUESTIONNER LA FILE NUMÉRIQUE

La comptine numérique contient :

- une petite comptine composée des 9 mots-nombres jusqu'à 9.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---

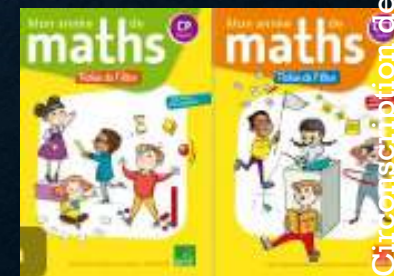
- une grande comptine composée des 19 termes « un », « deux », ..., « dix-neuf »

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

- une comptine des dizaines composée des termes « dix », « vingt », etc.

QUESTIONNER LA FILE NUMÉRIQUE

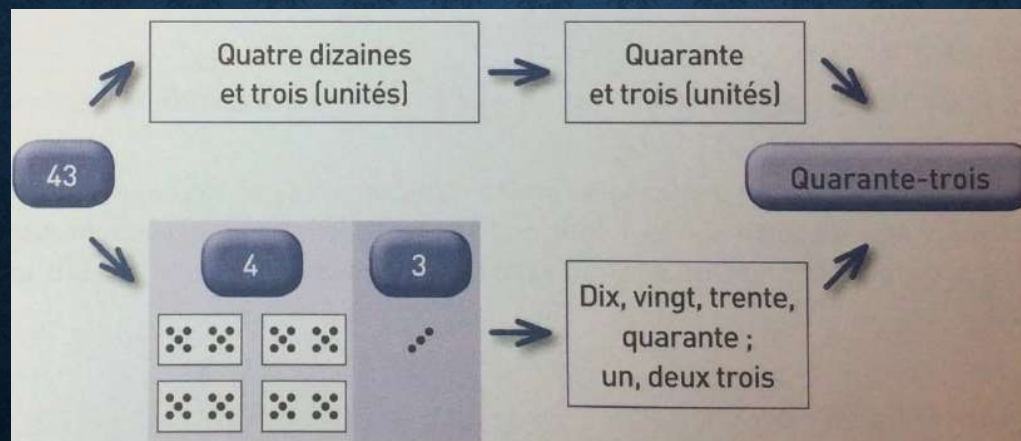
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
×	un	deux	trois	quatre	cinq	six	sept	huit	neuf	dix	onze	douze	treize	quatorze	quinze	seize	dix-sept	dix-huit	dix-neuf	vingt
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	
									trente											quarante
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	
									cinquante											soixante
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	
																				quatre-vingts
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	cent	



LIEN ENTRE LES ÉCRITURES QUELLES PROCÉDURES POUR...

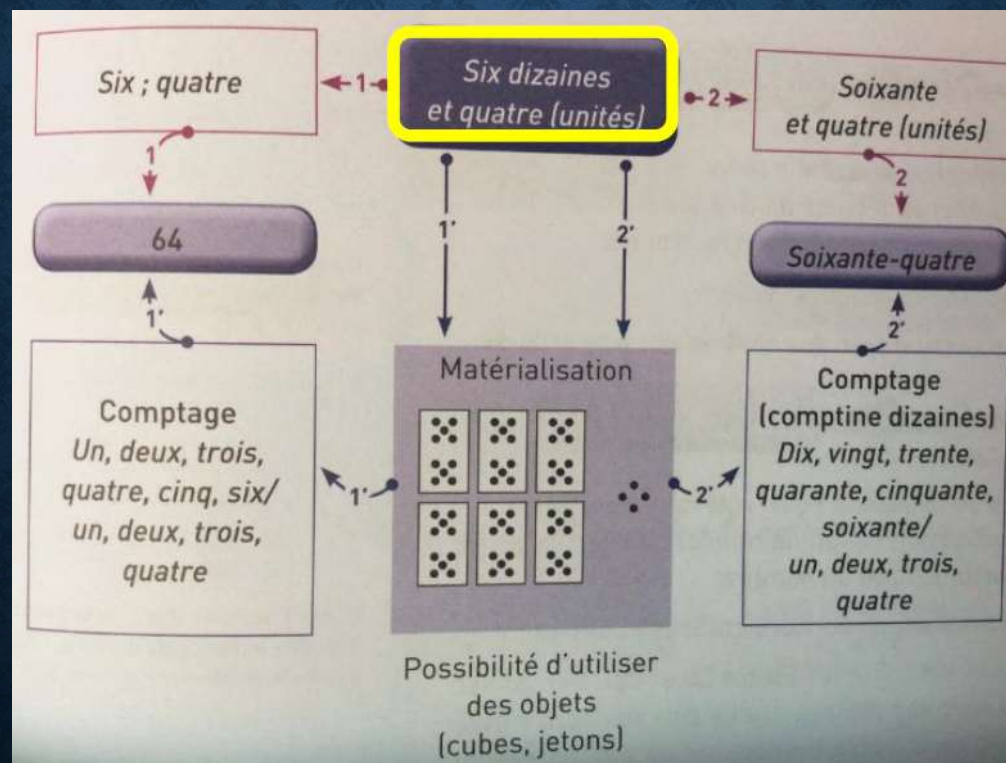
... trouver le nom d'un nombre à partir de son écriture chiffrée et inversement ?

- Avec la file numérique
- Avec la formulation orale en terme de dizaines et unités restants
- Avec du matériel et la comptine des dizaines



LIEN ENTRE LES ÉCRITURES QUELLES PROCÉDURES POUR...

... dire le nom du nombre « avec des mots » et l'écrire « avec des chiffres » ?



LIEN ENTRE LES ÉCRITURES

QUELLES PROCÉDURES POUR...

... écrire le nombre d'objets d'une collection réelle ou dessinée « avec des chiffres » et le dire « avec des mots »

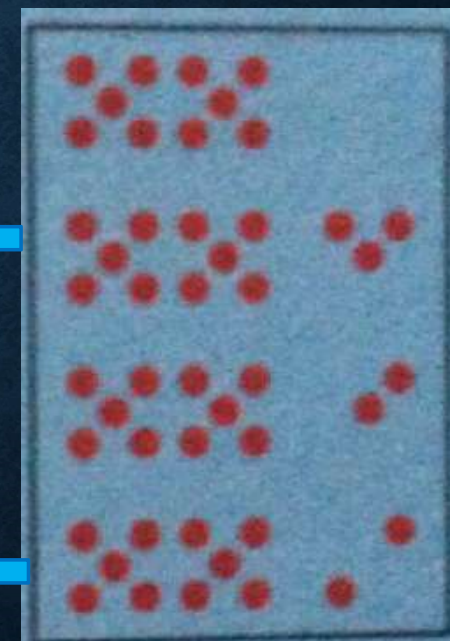
?

- Obtenir d'abord l'écriture chiffrée (organisée et coder) puis le nom du nombre.

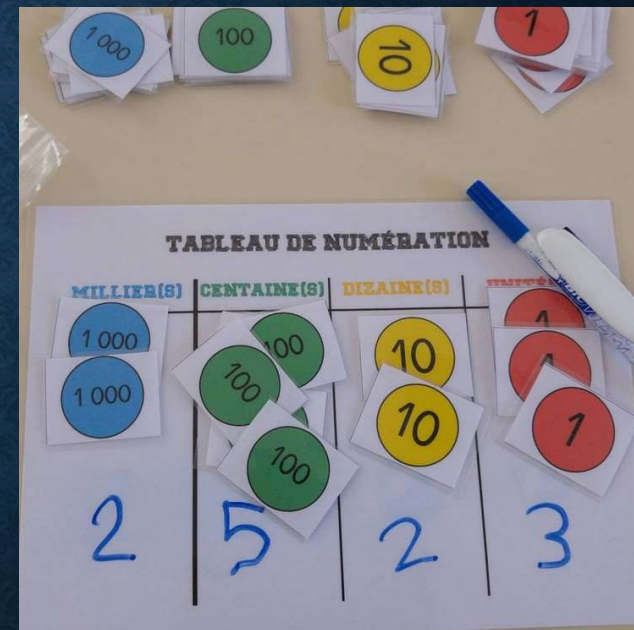
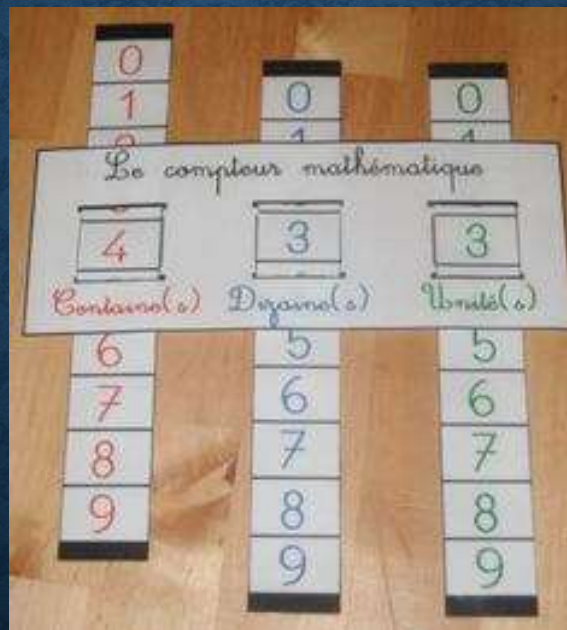
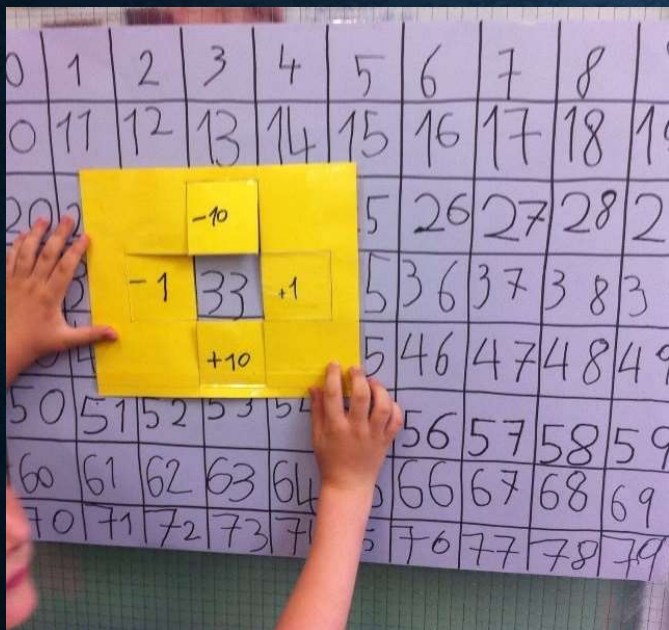
1^{ère} procédure possible
4 d et 7 u (ou tout seuls)
→ 47
→ quarante-sept

- Obtenir d'abord le nom du nombre en comptant (de 1 en 1 ou de 10 en 10) puis l'écriture chiffrée.

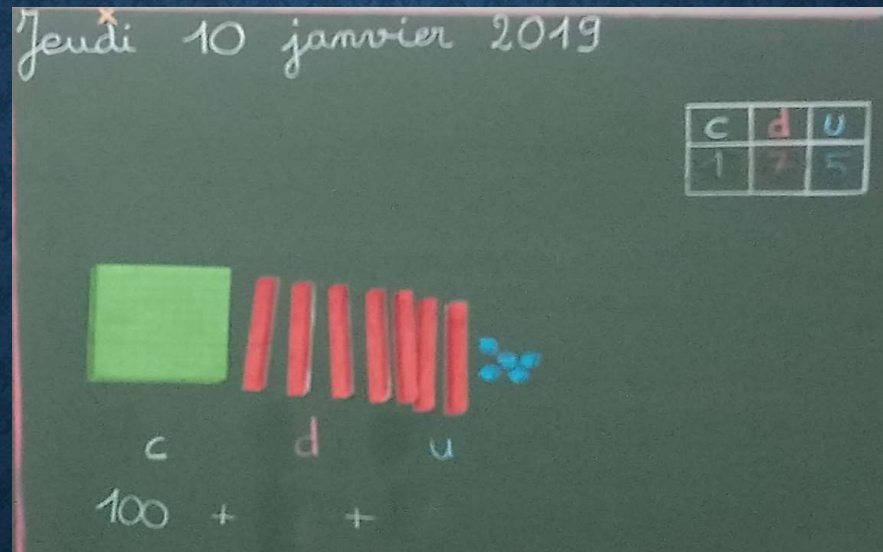
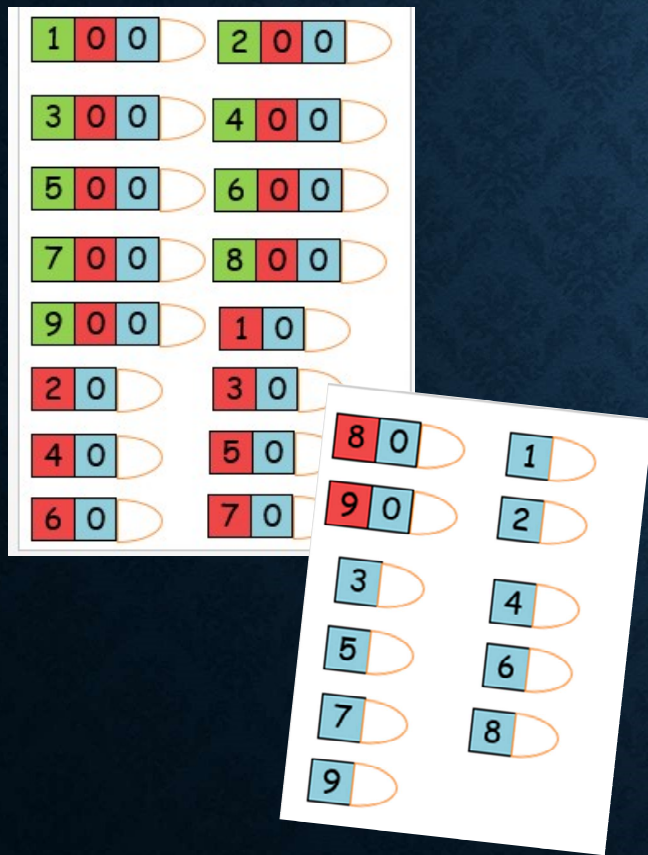
2^{ème} procédure possible
Dix, vingt, trente, quarante, quarante-et-un, quarante-deux ...
→ cinquante-sept
→ 57



NUMÉRATION ET CALCUL, CHAMPS INDISSOCIABLES



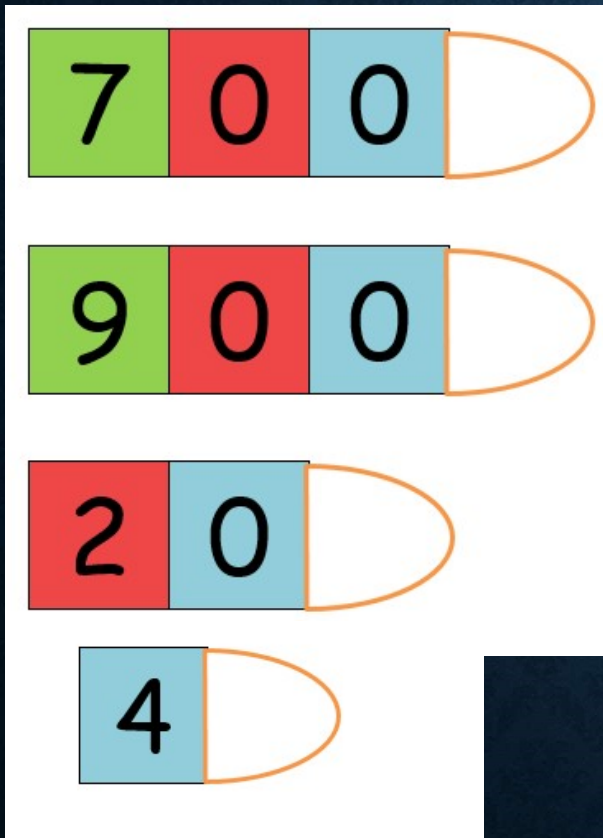
NUMÉRATION ET CALCUL, CHAMPS INDISSOCIABLES



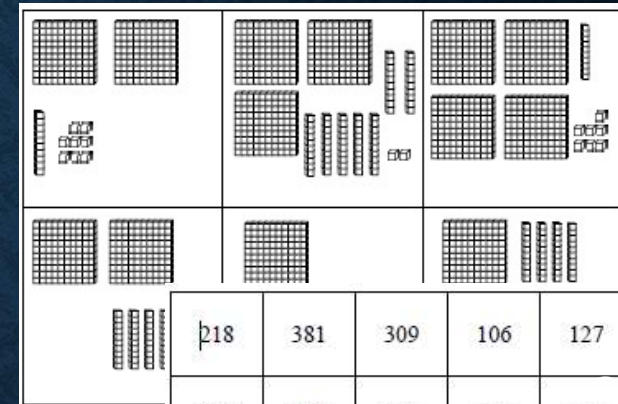
APPROPRIATION DE SUPPORTS PÉDAGOGIQUES

Quels usages?

Quels points d'attention?



15	Je suis un nombre de la famille des 10. Je me termine par 5.	Je suis un nombre compris entre 10 et 20. Mon nombre d'unités est un nombre pair.
33	Je suis un nombre compris entre 30 et 40. Mon chiffre des unités est égal à mon chiffre des dizaines.	19
36	Je me termine par 6. Je suis dans la famille des 30.	J'ai 9 unités mais une seule dizaine.



18	381	309	106	127
372	164	160	525	546
417	270	37	216	252
250	415	390	710	173
142	224	282	284	420
180	193	139	331	313

1 dizaine 10 unités	1 dizaine 10 unités	1 dizaine 10 unités	1 dizaine 10 unités	1 dizaine 10 unités	1 dizaine 10 unités	1 dizaine 10 unités	1 dizaine 10 unités
1 centaine 10 dizaines 100 unités	1 centaine 10 dizaines 100 unités	1 centaine 10 dizaines 100 unités	1 centaine 10 dizaines 100 unités	1 centaine 10 dizaines 100 unités	1 centaine 10 dizaines 100 unités	1 centaine 10 dizaines 100 unités	1 centaine 10 dizaines 100 unités
1 millier 10 centaines 100 dizaines 1000 unités	1 millier 10 centaines 100 dizaines 1000 unités	1 millier 10 centaines 100 dizaines 1000 unités	1 millier 10 centaines 100 dizaines 1000 unités	1 millier 10 centaines 100 dizaines 1000 unités	1 millier 10 centaines 100 dizaines 1000 unités	1 millier 10 centaines 100 dizaines 1000 unités	1 millier 10 centaines 100 dizaines 1000 unités

LA MANIPULATION : QUEL MATÉRIEL ?



Des objets réels ?

(non spécifiques ou didactiques)

Des étiquettes ?

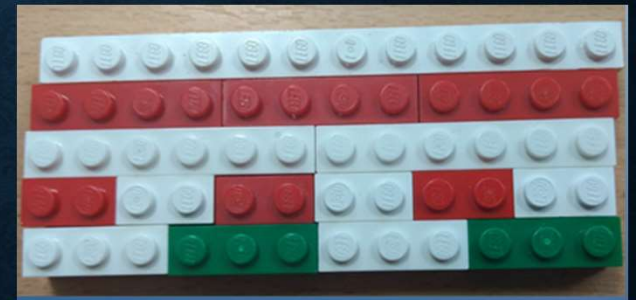
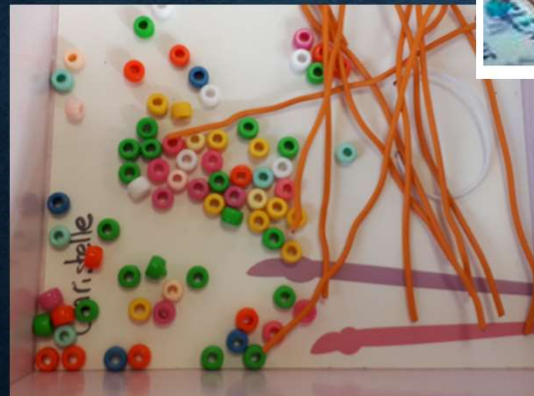
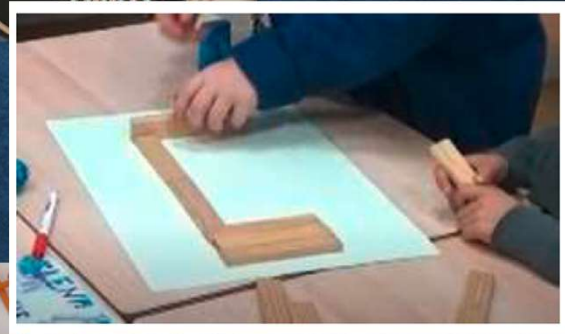
(écriture chiffrée, groupements par dix, ... déjà une forme de représentation, un pas vers l'abstraction)

Des objets virtuels ?

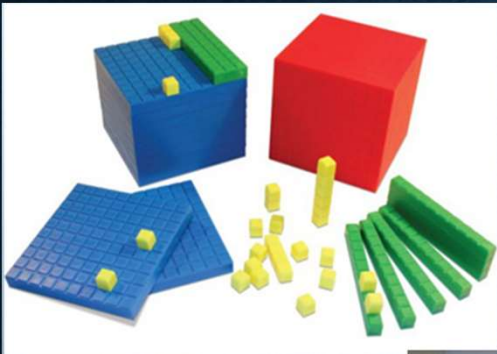
(déjà une forme de représentation de la réalité, un pas vers l'abstraction)

DU MATÉRIEL NON SPÉCIFIQUE

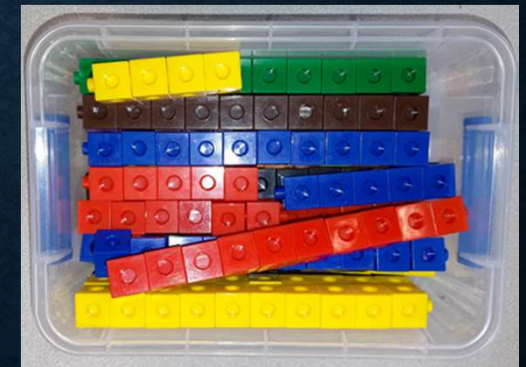
- des legos
- des bâchettes
- des perles
- des figurines
- des pailles
- etc.



DU MATÉRIEL DIDACTIQUE



- des jetons
- du matériel de numération (type multibase)
- des abaques
- des cubes emboîtables
- des réglettes de couleur
- etc.



DES REPRÉSENTATIONS DU NOMBRE

Le calepin des nombres



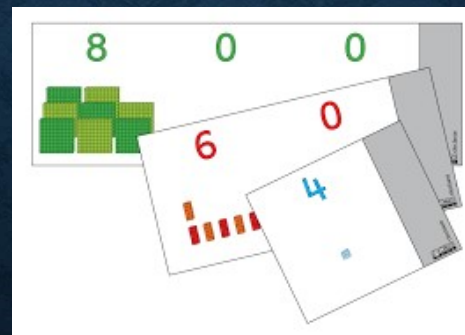
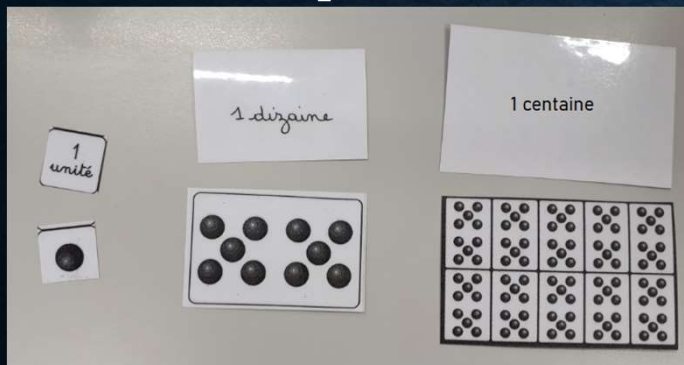
Les cartes nombres d'inspiration Montessori



La monnaie



Les étiquettes



6. CONCLUSION

TROIS SYSTÈMES DE SIGNES QUI SONT EN RELATION PERMANENTES

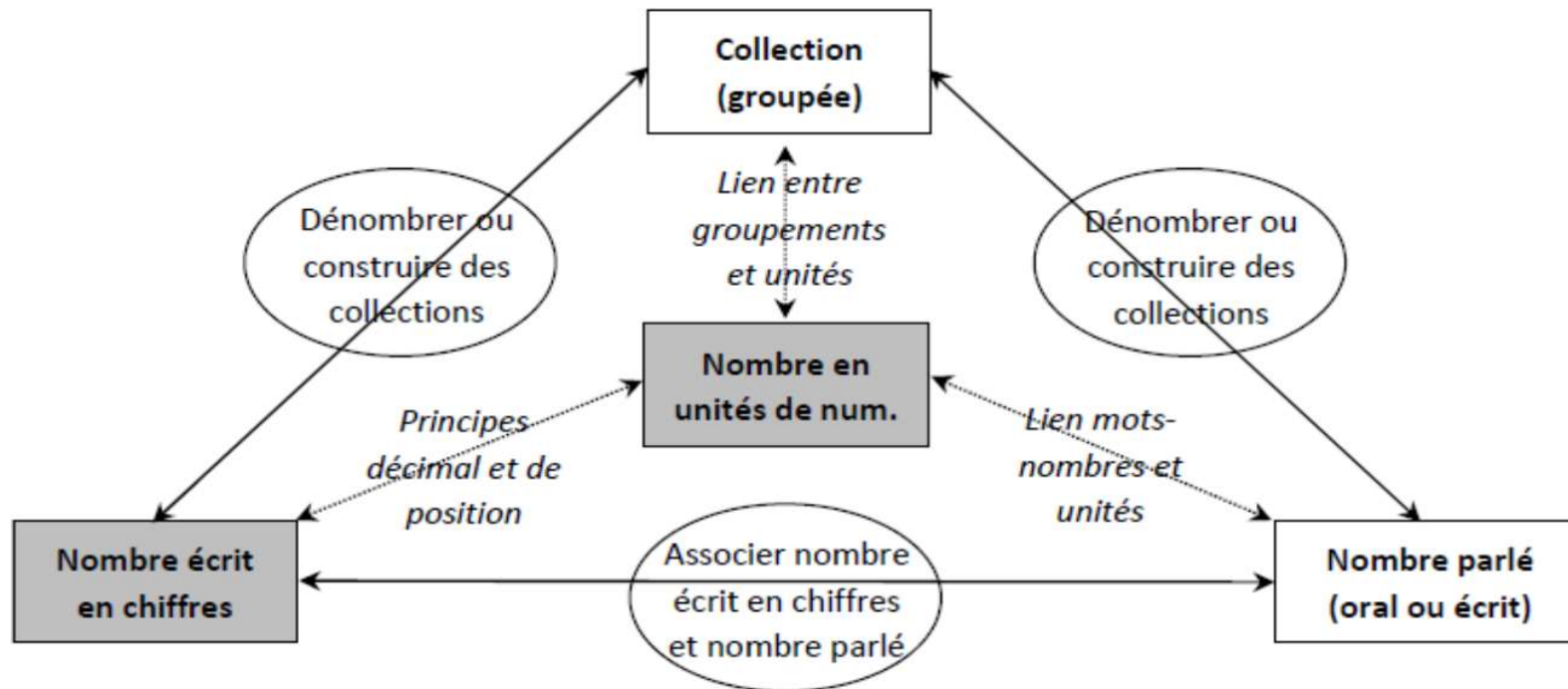


Figure 1 : Liens entre collection, nombre écrit en chiffres, nombre parlé et unités.

VARIER LES DÉSIGNATIONS ET LES FAIRE COEXISTER

d	u
dizaine	unité
4	2

42

quarante-deux

quatre fois dix plus deux

$$4d + 2u$$

$$42u + 0d$$

4 dizaines et 2 unités

2 unités et 4 dizaines

3 dizaines et 12 unités

42 unités

$$40 + 2$$

$$4 \times 10 + 2$$

$$10 + 10 + 10 + 10 + 1 + 1$$



Le nombre d'unités est 42.

Le chiffre des unités est 2, le chiffre des dizaines est 4.

PROJECTION VERS LE FORUM

Problématique de métier:

Quels dispositifs, outils pédagogiques, supports maîtres et supports élèves peuvent me permettre de faire évoluer mes pratiques d'enseignement des mathématiques ?

- Panneaux
- Vidéos

SITOGRAPHIE

- **Enseigner la numération décimale**, une ressource pour les enseignants de CE2, CM1, CM2 et 6^{ème} (Frédéric Tempier) - <http://numerationdecimale.free.fr/>
- **Les mathématiques en classe [cycle 2]** – un travail d'équipe avec Stella Baruk (voir en particulier l'onglet « la numération », <https://www.reseau-canope.fr/mathematiques-stella-baruk/>)
- Une transposition de la fleur des nombres au cycle 3 (nombres décimaux): http://videos.education.fr/MENESR/eduscol.education.fr/2016/Ressources2016/Math/A3-S5-La_fleur.mp4

POUR ALLER PLUS LOIN

- Conférence d'Éric MOUNIER, « deux numérations pour comprendre le nombre », <https://video.toutatice.fr/video/0064-plan-villani-conference-eric-mounier-au-seminaire-des-ien-charges-de-mission-en-mathematiques/>