

Lexique mathématique

Trier

Trier les éléments d'un ensemble selon un critère, c'est constituer deux sous-ensembles, celui des éléments pour lesquels la propriété utilisée comme critère de tri est vraie et celui de tous les autres éléments, pour lesquels la propriété est fausse.

Aucun élément ne peut appartenir à la fois aux 2 sous-ensembles, car une propriété servant de critère de tri ne peut pas être à la fois vraie et fausse pour un même élément.

Par exemple : *trier un ensemble de blocs logiques selon le critère de la couleur rouge*, c'est faire deux sous-ensembles : le sous-ensemble des blocs logiques rouges et le sous-ensemble des blocs logiques non rouges (bleus, verts, jaunes...).

Classer

Classer les éléments d'un ensemble, c'est réaliser une partition de cet ensemble, c'est à dire fractionner cet ensemble en sous-ensemble disjoints deux à deux.

Le choix d'un critère, d'une propriété va permettre de réunir certains éléments de l'ensemble initial dans un même sous-ensemble. Un critère étant choisi, par exemple « le nombre de côtés d'une figure », il peut avoir plusieurs valeurs « 3 côtés, 4 côtés... » C'est par une relation d'équivalence « avoir la même valeur pour le critère » que l'on peut effectuer un classement des éléments de l'ensemble initial. Chaque sous-ensemble est aussi appelé une classe d'équivalence.

Par exemple : *classer des blocs logiques selon le critère « le nombre de côtés »* permet de séparer les triangles, les quadrilatères, les pentagones...

Apparier

Apparier consiste à trouver, dans deux collections (souvent réunies en une seule), deux éléments prenant même valeur d'un critère de classement. L'appariement est le premier outil pour entraîner à la reconnaissance d'une propriété d'un objet.

La règle implicite d'un appariement est que chaque sous-ensemble ne comporte que deux éléments.

Par exemple : *appairer des paires de chaussettes, appairer des boites de sons.*

Ranger

Ranger c'est mettre les termes les uns à la suite des autres après les avoir tous comparés deux à deux selon une loi déterminée (appelée une relation d'ordre). Cette loi est transitive : *si l'objet A est avant l'objet B et que l'objet B est avant l'objet C, alors l'objet A est avant l'objet C.* Ranger les éléments d'un ensemble, c'est établir une comparaison terme à terme avec les éléments déjà ordonnés de la suite.

Ranger les éléments d'un ensemble, c'est travailler sur l'ordre ; cet ordre est soit établi par des conventions (ordre alphabétique), soit par une relation mathématique (plus que, moins que).

L'activité de rangement est l'activité la plus complexe.

Par exemple : *ranger des élèves du plus petit au plus grand.*

Sérier Certains psychologues font la distinction entre sérier et ranger et ils parlent de sériation pour une petite collection où la notion de transitivité n'a pas à être mise en action . Mais en mathématique, cette distinction n'est pas faite

Sérier c'est mettre les termes les uns à la suite des autres selon une loi déterminée. De façon générale, dans une sériation, chaque terme est surtout envisagé par rapport au précédent et par rapport au suivant dans deux actions consécutives et indépendantes. Dans une sériation il suffit de comparer un objet et son voisin, la transitivité n'est pas réellement utilisée.

Par exemple, Continuer un algorithme de perles « bleue, rouge, verte, bleue, rouge, verte... »

Remarque : Le rangement est une action plus complexe et donc plus contraignante que la sériation,

dans la mesure où il est nécessaire de comparer chaque objet à tous les autres et non pas seulement, comme dans la sériation, à quelques d'entre eux.

Ordonner

Ordonner une suite de nombres, c'est les ranger soit dans l'ordre croissant, soit dans l'ordre décroissant.

Catégoriser

C'est l'action, soit de classer par catégories pré déterminées, soit de définir des critères fondant une catégorie.

Compter

Compter, c'est être capable d'énoncer la comptine numérique (dans un ordre stable, sans oublier de mots nombres); on peut aussi compter de deux en deux, de trois en trois...

Remarque: par abus de langage, le terme « compter » est souvent pris au sens « dénombrer », ce qui n'est pas similaire.

Dénombrer

Dénombrer les éléments d'une collection, c'est déterminer le nombre d'éléments de cet ensemble. Ce dénombrement peut s'obtenir par un comptage ou par un calcul de son cardinal à l'aide de techniques combinatoires ou calculatoires. On peut dénombrer par comptage un à un ou par paquets réguliers ou non.

Surcompter

Quand il s'agit d'ajouter deux quantités, on peut garder en mémoire la première quantité comme si elle avait été dénombrée, et continuer à réciter la suite numérique en pointant les objets de la deuxième (effectivement ou mentalement).

Par exemple: « Je dois ajouter 5 et 3. Pour cela, je garde « 5 » en mémoire et je récite la comptine numérique à partir de 5 en énonçant seulement les trois mots-nombres qui suivent : « 6, 7, 8 ».

Décompter

Déduire une quantité d'une somme, d'un total. Le décomptage est utilisé en particulier lorsqu'il s'agit d'enlever une quantité à une autre quantité ce qui induit les mêmes difficultés que le surcomptage.

Chiffre

Un **chiffre** est un **symbole** employé pour **représenter des nombres**. C'est l'équivalent de la lettre pour écrire des mots. Nous utilisons les chiffres arabes de 0 à 9. Nous connaissons les chiffres romains.

Nombre

Un **nombre** est un **concept** permettant de coder une quantité (*aspect cardinal*) ou une position sur la droite (ou la bande) numérique (*aspect ordinal*) dans le but de **mémoriser, d'évaluer, de comparer, d'anticiper des quantités ou des positions**.

On peut écrire les nombres avec une écriture chiffrée ou une écriture alphabétique.

Par exemple : 3 est un nombre à un chiffre, 14 est un nombre à deux chiffres.

Numéro

Un **numéro** est un nom numérique. Leur intérêt est d'attribuer des noms distincts à un ensemble

d'objets, de façon systématique¹. Par exemple, le numéro de sécurité sociale. Un numéro ne suit pas le même principe d'écriture et de lecture qu'un nombre (*par exemple : 36 24 SOS médecin, ne s'écrit pas 3 624 et ne se lit pas trois mille six cent vingt-quatre*).

Correspondance terme à terme

La mise en correspondance terme à terme est un outil de comparaison de collections. Elle suppose initialement la mise en correspondance manipulée ou représentée de chaque élément d'une collection avec un élément et un seul de l'autre collection et ceci de manière exhaustive pour l'une des deux collections au moins.

Du point de vue des mathématiques, la correspondance terme à terme est liée à la notion de bijection.

Des repères pour l'enseignant

Les principes de Gelman et Gallistel (*principes requis pour un dénombrement*)

- Le principe d'ordre stable** : il stipule que lors de comptages répétés, on utilise les mots nombres dans un ordre stable ;
- Le principe d'adéquation unique**: il consiste, lors d'un comptage, à assigner à chacun des objets un seul mot nombre de façon à ce que les mots utilisés soient deux à deux distincts et qu'aucun objet ne soit oublié ;
- Le principe cardinal ou le principe du dernier mot énoncé** : il permet de dire que le dernier mot énoncé est considéré comme l'expression de la quantité d'objets dénombrés.
- Le principe de non pertinence de l'ordre** : l'ordre dans lequel les éléments d'une collection sont dénombrés n'a pas d'importance ;
- Le principe d'abstraction** : il stipule qu'il est possible de dénombrer n'importe quelle collection d'objets qui n'ont pas tous les mêmes propriétés. Par exemple, compter tous les objets contenus dans une trousse (crayons, gomme, ciseaux...).

Remarque : D'après Rémi Brissiaud (« Premiers pas vers les maths », Retz, 2007), ce « comptage numérotation » n'est à entreprendre avec les élèves qu'à partir de la moyenne section et surtout pas avant que le concept de nombre ne soit compris sans quoi le risque de créer des dyscalculiques est très présent.

La comptine numérique

Pour chaque enfant (particulièrement en grande section) qui récite individuellement la suite des noms de nombres, il faut observer et noter² :

- jusqu'où la suite est conventionnelle - c'est à dire correspond à l'ordre naturel des nombres sans ajout ni omission;
- jusqu'où la suite est stable - c'est à dire sans changement d'une récitation à l'autre ;
- s'il y a des erreurs qui apparaissent, quelles sont-elles ? Des omissions systématiques ou des erreurs récurrentes ?
- Quel est l'effet de la relance de l'enseignant? Pour le nom des dizaines, par exemple, suffit-il de dire « 30 » à l'enfant qui s'arrête à 29 pour qu'il continue ?
- La suite peut-elle être récitée jusqu'à un nombre fixé à l'avance ? - avec arrêt sur ce nombre.
- La suite peut-elle être récitée à partir d'un autre nombre que un ?
- La suite peut-elle être récitée en arrière ?

Progressivement, chaque enfant doit savoir et pouvoir dire où il en est dans sa connaissance de la comptine numérique.

¹ Qu'est-ce qu'un nombre ? De Benoît Rittaud – éd du pommier

² Grille d'observation Inspirée des recommandations du groupe ERMEL

D'autres compétences sont liées à la comptine numérique :

- savoir dire le successeur ou le prédécesseur d'un nombre.
- Être capable d'encadrer un nombre.
- Être capable de dire les nombres compris entre deux nombres donnés.
- Savoir comparer des nombres (on dira avant/ après ; plus petit/ plus grand)
- savoir dire la suite de deux en deux, de trois en trois...
- savoir organiser des suites croissantes ou décroissantes à partir de nombres données dans le désordre.

Le fait de savoir réciter la suite numérique conditionne à la fois :

- les activités de dénombrement,
 - le repérage des régularités orales de désignation des nombres qui permettent de comprendre la numération orale,
 - les activités de calcul.
- 