



QUELQUES POINTS D'ATTENTION EN NUMÉRATION AU C3

David TOURNIER IEN, Anne LINDECKER Conseillère Pédagogique



OBJECTIFS

Réactiver ses connaissances dans le domaine de la numération

Prendre connaissances des documents institutionnels

Analyser les erreurs des élèves

Découvrir des ressources et des pratiques de classe

PLAN

Un peu d'histoire...

De quels nombres parle-t-on?

Programmes et progressivité des apprentissages

Les grands nombres

Introduction des fractions simples

Introduction des nombres décimaux

Les erreurs des élèves

Manipuler, verbaliser, abstraire et schématisation en barres

Pour conclure

UN PEU D'HISTOIRE

Les fractions égyptiennes de l'antiquité (2e millénaire avant J-C)

Dans les écrits de l'Égypte antique on utilise les décompositions en fractions unitaires pour résoudre des problèmes de mesures de la vie courante.



Coudée de Mâya, Louvre, 1330 avant J-C, Sechat, projetrosette.info

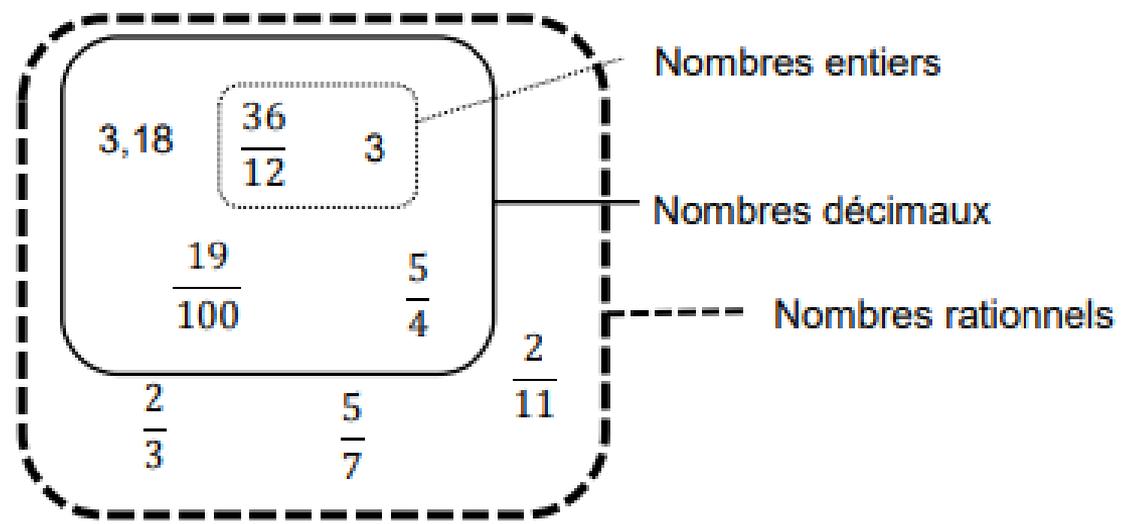
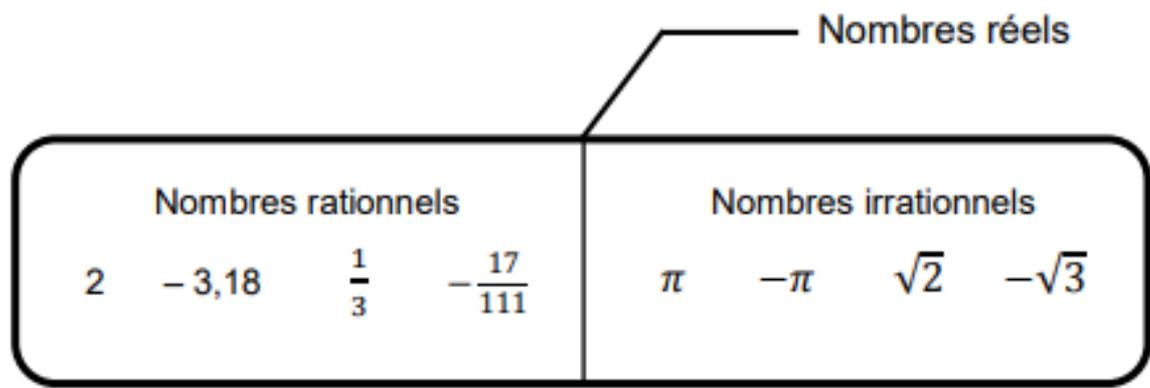
Les fractions et leur statut de nombre

- L'intégration des fractions comme nombres date du début du premier millénaire, elle est établie par l'école arabe, qui définit également le système de numération décimale de position (d'après des travaux provenant de l'Inde du VIII^e siècle).
- La construction rigoureuse des nombres ne date que de la fin du XIX^{ème} siècle

DE QUELS NOMBRES PARLE-T-ON?

A VOUS...

	5	$\sqrt{2}$	$2/3$	$12/4$	<u>π</u>
Entier					
Décimal					
Rationnel					
Irrationnel					
Réel					



	5	$\sqrt{2}$	$2/3$	$12/4$	π
Entier	X			X	
Décimal	X			X	
Rationnel	X		X	X	
Irrationnel		X			X
Réel	X	X	X	X	X

PROGRAMMES ET PROGRESSIVITÉ DES APPRENTISSAGES

PROGRAMME DU CYCLE 3 (rentrée 2020)

« Les fractions puis les nombres décimaux apparaissent comme de **nouveaux nombres introduits pour pallier l'insuffisance des nombres entiers, notamment pour mesurer des longueurs, des aires et repérer des points sur une demi-droite graduée. Le lien à établir avec les connaissances acquises à propos des entiers est essentiel.** Avoir une bonne compréhension des relations entre les différentes unités de numération des entiers (unités, dizaines, centaines de chaque ordre) permet de les prolonger aux dixièmes, centièmes... Les caractéristiques communes entre le système de numération et le système métrique sont mises en évidence. **L'écriture à virgule** est présentée comme une convention d'écriture d'une fraction décimale ou d'une somme de fractions décimales. Cela permet de **mettre à jour la nature des nombres décimaux et de justifier les règles de comparaison** (qui se différencient de celles mises en œuvre pour les entiers) et de calcul. »

<https://eduscol.education.fr/87/j-enseigne-au-cycle-3>



Programme
du cycle 3

En vigueur à la rentrée 2020

Le présent programme est élaboré en vertu de l'article 130-1 du décret n° 2015-1751 du 22 décembre 2015 relatif à l'organisation et au fonctionnement des établissements scolaires de l'enseignement primaire et de l'enseignement secondaire, et de l'article 130-2 du décret n° 2015-1752 du 22 décembre 2015 relatif à l'organisation et au fonctionnement des établissements scolaires de l'enseignement supérieur, de l'enseignement technique et de l'enseignement professionnel.

CONFÉRENCE DE CONSENSUS 2015

R12 – L'étude des fractions précède celle des nombres décimaux, mais doit se limiter aux fractions simples (demi, tiers, quart...) et aux fractions décimales (dixièmes, centièmes...) dans le cas du fractionnement de l'unité.

R13 - Le système d'écriture des nombres décimaux est un prolongement de celui des nombres entiers. L'identification de cette continuité doit être présentée de manière explicite auprès des élèves, tout en attirant l'attention des élèves sur certaines adaptations nécessaires.



CONFÉRENCE DE CONSENSUS

NOMBRES ET OPÉRATIONS :
PREMIERS APPRENTISSAGES
À L'ÉCOLE PRIMAIRE

RECOMMANDATIONS DU JURY

16 SEPTEMBRE 2015
Louis Bédou (Paris 13^e)

Cycle 3

Mathématiques

REPÈRES ANNUELS de progression



<https://eduscol.education.fr/137/attendus-de-fin-d-annee-et-reperes-annuels-de-progression-du-cp-la-3e>

REPÈRES ANNUELS DE PROGRESSION POUR LE CYCLE 3

NOMBRES ET CALCULS		
Les nombres entiers		
CM1	CM2	6 ^e
<p>Les élèves apprennent à utiliser et à représenter les grands nombres entiers jusqu'au million. Il s'agit d'abord de consolider les connaissances (écritures, représentations...).</p>	<p>Le répertoire est étendu jusqu'au milliard.</p>	<p>En période 1, dans un premier temps, les principes de la numération décimale de position sur les entiers sont repris jusqu'au million, puis au milliard comme en CM, et mobilisés sur les situations les plus variées possibles, notamment en relation avec d'autres disciplines.</p>
<p>La valeur positionnelle des chiffres doit constamment être mise en lien avec des activités de groupements et d'échanges.</p>		
Fractions		
<p>Dès la période 1 les élèves utilisent d'abord les fractions simples (comme $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{2}$) dans le cadre de partage de grandeurs. Ils travaillent des fractions inférieures et des fractions supérieures à 1.</p> <p>Dès la période 2, les fractions décimales sont régulièrement mobilisées : elles acquièrent le statut de nombre et sont positionnées sur une droite graduée. Les élèves comparent des fractions de même dénominateur. Ils ajoutent des fractions décimales de même dénominateur. Ils apprennent à écrire des fractions décimales sous forme de somme d'un nombre entier et d'une fraction décimale inférieure à 1.</p>	<p>Dès la période 1, dans la continuité du CM1, les élèves étendent le registre des fractions qu'ils manipulent (en particulier $\frac{1}{1000}$) ; ils apprennent à écrire des fractions sous forme de somme d'un nombre entier et d'une fraction inférieure à 1.</p>	<p>En période 1, sont réactivées les fractions comme opérateurs de partage vues en CM, puis les fractions décimales en relation avec les nombres décimaux (par exemple à partir de mesures de longueurs) ; les élèves ajoutent des fractions décimales de même dénominateur.</p> <p>En période 2 l'addition est étendue à des fractions de même dénominateur (inférieur ou égal à 5 et en privilégiant la vocalisation : deux cinquièmes plus un cinquième égale trois cinquièmes).</p> <p>En période 3, les élèves apprennent que $\frac{a}{b}$ est le nombre qui, multiplié par b, donne a (définition du quotient de a par b).</p>

MATHÉMATIQUES > Repères annuels de progression pour le cycle 3

NOMBRES ET CALCULS (suite)

Nombres décimaux

Tout au long du cycle, les désignations orale et écrite des nombres décimaux basées sur les unités de numération contribuent à l'acquisition du sens des nombres décimaux (par exemple pour 3,12 : « trois unités et douze centièmes » ou « trois unités, un dixième et deux centièmes » ou « trois cent douze centièmes »).

À partir de la période 2, les élèves apprennent à utiliser les nombres décimaux ayant au plus deux décimales en veillant à mettre en relation fractions décimales et écritures à virgule

$$\text{(ex : } 3,12 = 3 + \frac{12}{100}\text{)}.$$

Ils connaissent des écritures décimales de

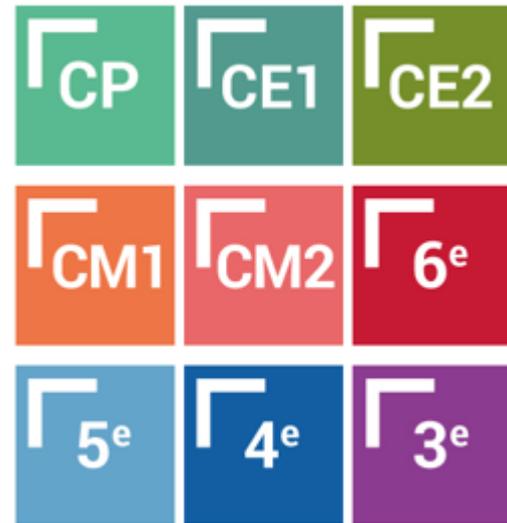
$$\text{fractions simples (} \frac{1}{2} = 0,5 = \frac{5}{10} ; \frac{1}{4} = \frac{25}{100} = 0,25 ;$$

la moitié d'un entier sur des petits nombres).

Dès la période 1, les élèves rencontrent et utilisent des nombres décimaux ayant une, deux ou trois décimales.

Ils connaissent des écritures décimales de fractions simples ($\frac{1}{5} = 0,2 = \frac{2}{10}$; $\frac{3}{4} = \frac{75}{100} = 0,75$; la moitié d'un entier).

Dès la période 1, dans le prolongement des acquis du CM, on travaille sur les décimaux jusqu'à trois décimales. La quatrième décimale sera introduite en période 2 au travers des diverses activités.



MATHÉMATIQUES > Attendus de fin d'année de CM1

Fractions

Ce que sait faire l'élève

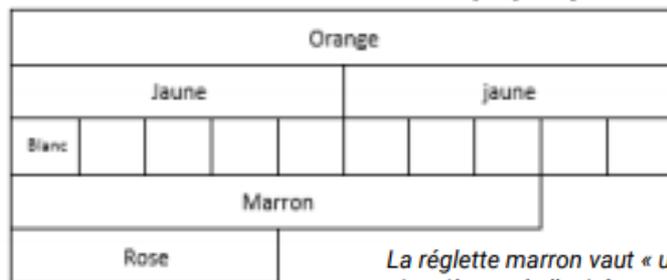
- L'élève utilise les fractions simples (comme $\frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{5}{2}$) dans le cadre de partage de grandeurs ou de mesures de grandeurs, et des fractions décimales ($\frac{1}{10}, \frac{1}{100}$) ; il fait le lien entre les formulations en langage courant et leur écriture mathématique (par exemple faire le lien entre « la moitié de » et $\frac{1}{2}$ dans l'expression « une demi-heure »).
- L'élève manipule des fractions jusqu'à $\frac{1}{1000}$.
- L'élève donne progressivement aux fractions le statut de nombre.
- Il connaît diverses désignations des fractions : orales, écrites et des décompositions additives et multiplicatives (ex : quatre tiers ; $\frac{4}{3}$; $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$; $1 + \frac{1}{3}$; $4 \times \frac{1}{3}$).
- Il les positionne sur une droite graduée.
- Il les encadre entre deux entiers consécutifs.
- Il écrit une fraction décimale sous forme de somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1.
- Il compare deux fractions de même dénominateur.
- Il ajoute des fractions décimales de même dénominateur.

Exemples de réussite

- ♦ Il partage des figures ou des bandes de papier en $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$.
- ♦ Une unité d'aire étant donnée, il écrit sous forme de fraction des aires de surfaces données (supérieures ou inférieures à l'unité)



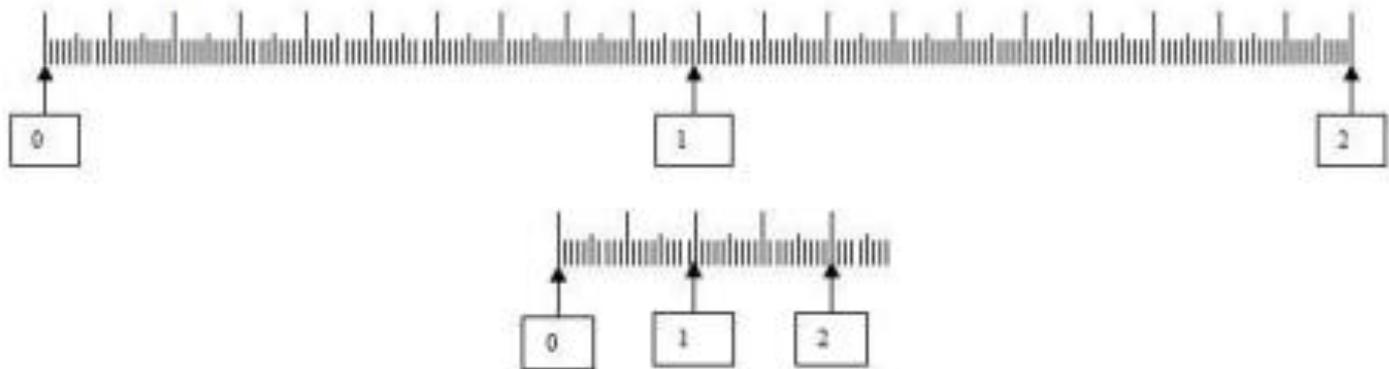
- $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ peuvent-ils s'écrire sous forme de fractions décimales ?
- La réglette orange vaut deux unités. Quelle est la longueur des réglettes jaunes, blanches, marron et roses. (réglettes cuisenaire ou bandes de papier)



La réglette marron vaut « une unité plus trois cinquièmes de l'unité » ou encore « huit cinquièmes de l'unité » ou « deux unités moins deux cinquièmes de l'unité ».

MATHÉMATIQUES > Attendus de fin d'année de CM1

- Place $\frac{8}{5}$ puis $\frac{12}{10}$ sur les deux droites graduées ci-dessous :



- Encadre $\frac{3}{2}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{7}{2}$; $\frac{2}{7}$; $\frac{3}{10}$; $\frac{34}{10}$; $\frac{2}{100}$; $\frac{101}{2}$ entre deux entiers consécutifs.
- Trouve des fractions pouvant se situer entre 0 et 1 ; entre 4 et 5.

Nombres décimaux

Ce que sait faire l'élève

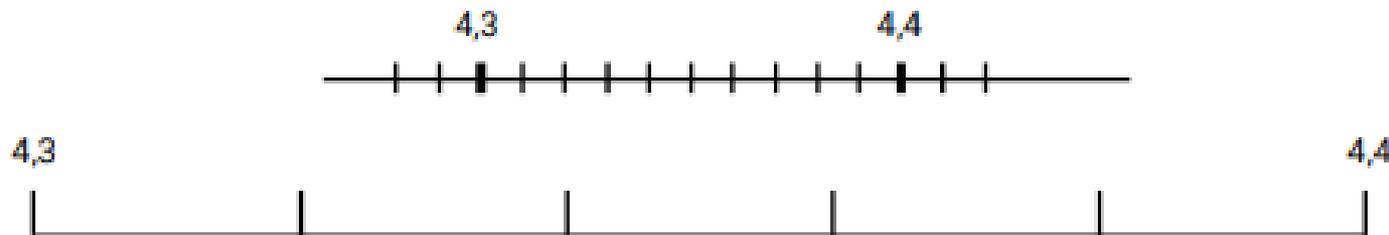
- L'élève utilise les nombres décimaux.
- Il connaît les unités de la numération décimale (unités simples, dixièmes, centièmes, millièmes) et les relations qui les lient.
- Il comprend et applique aux nombres décimaux les règles de la numération décimale de position (valeurs des chiffres en fonction de leur rang).
- Il connaît et utilise diverses désignations orales et écrites d'un nombre décimal (fractions décimales, écritures à virgule, décompositions additives et multiplicatives).
- Il utilise les nombres décimaux pour rendre compte de mesures de grandeurs ; il connaît le lien entre les unités de numération et les unités de mesure (par exemple : dixième \rightarrow dm - dg - dL, centième \rightarrow cm - cg - cL - centimes d'euro).
- Il repère et place un nombre décimal sur une demi-droite graduée adaptée.
- Il compare, range des nombres décimaux.
- Il encadre un nombre décimal par deux nombres entiers, par deux nombres décimaux ; il trouve des nombres décimaux à intercaler entre deux nombres donnés.

- ♦ Il produit des suites écrites ou orales de 0,1 en 0,1 ; de 0,01 en 0,01 ; de 0,001 en 0,001.
- Il associe un nombre à différentes représentations : exemple de « quarante-deux virgule quatre cent quatre-vingt-sept » où les élèves pourront proposer :

$$\frac{42\,487}{1000} ; 42,487 ; 42 + 0,4 + 0,08 + 0,007 ; 42 + \frac{487}{1000} ; 40 + 2 + \frac{4}{10} + \frac{8}{100} + \frac{7}{1000} ;$$

4 dizaines + 2 unités + 4 dixièmes + 8 centièmes + 7 millièmes.

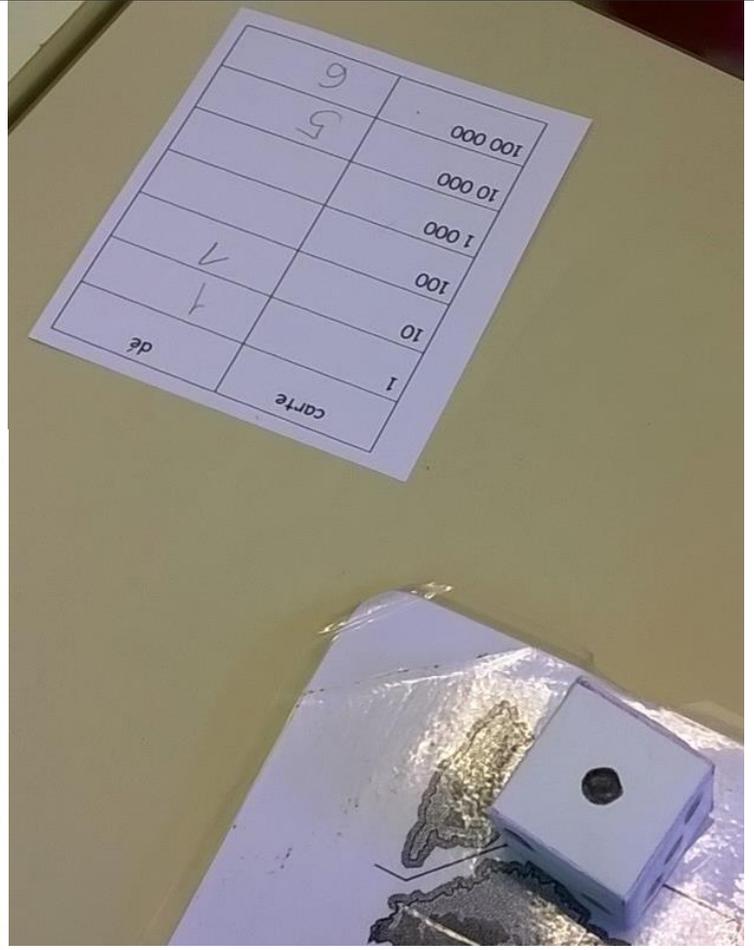
- ♦ Il compare différentes écritures d'une mesure de grandeur en trouvant l'intrus parmi les nombres suivants : 205 cm - 20,5 dm - 2 m 50 mm - 250 cm - 2 050 mm - 2,05 m
- ♦ Il positionne un même nombre sur deux droites graduées différemment.
Exemple : placer 4,35.



La deuxième situation impose à l'élève de déterminer la valeur d'un intervalle.

- Compare dans chaque cas les deux nombres :
0,988 ... 1,1 ; 123,9 ... 12,992 ; 23,600 ... 23,6
- Range en ordre croissant : 6,405 ; 64,05 ; 0,872 ; 6 ; 0,31 ; 6,4
- Encadre chaque nombre par deux nombres entiers consécutifs :
... < 3,5 < ... ; ... < 102,005 < ... ; ... < 0,998 < ...
- Encadre chaque nombre par deux autres nombres décimaux :
... < 3,5 < ... ; ... < 102,005 < ... ; ... < 0,998 < ...
- Trouve des nombres décimaux à intercaler entre les nombres donnés :
3 < ... < 4 ; 3,5 < ... < 3,8 ; 102,05 < ... < 102,1

LES GRANDS NOMBRES



Million (s) Mille

Classe des millions			Classe des mille			Classe des unités		
C	D	U	C	D	U	C	D	U
100.000.000	10.000.000	1.000.000	100.000	10.000	1.000	100	10	1
		1.000.000 1.000.000	100.000 100.000		1.000	100	10	1
		2	3	0	5	4	2	1

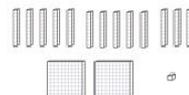
Classe de Mme Dietrich

LA COLLECTION DU JOUR

[Accueil Numération du CE2 à la 6eme : ressources pour les enseignants \(free.fr\)](http://Accueil.Numeration.CE2.à.la.6eme.ressources.pour.les.enseignants.free.fr)

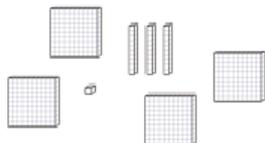
fruit d'une coopération entre un chercheur, [Frédéric Tempier](#) et des enseignants de Charente depuis 2009

VARIABLES DIDACTIQUES: unité cherchée (centaines dizaines, unités), matériel (bûchettes, cubes, enveloppes, monnaie,...), taille de la collection



Combien de dizaines de cubes ?

Gestion de l'activité



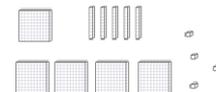
Combien de dizaines de cubes ?
(je choisis de compter les dizaines)



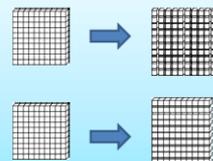
Combien de bâchettes ?

Activité inverse : retrouver l'unité

1. La collection est présentée, l'unité à dénombrer est indiquée
2. Les élèves cherchent et écrivent sur l'ardoise (au signal de l'enseignant)
3. Discussion des propositions (différencier les dizaines en tout et les dizaines toutes seules ici) et écriture de la justification par l'enseignant au tableau à partir de ce que disent les élèves (avec les unités et pas le dessin) comme par exemple :
 - 1C 1C 1C 1C 3D = 10D 10D 10D 10D 3D = 43D
 - 4C 3D = 40D 3D = 43D



J'en ai 5 en tout.
Qu'est-ce que je compte ?



Exercer la vigilance :
- 5 unités ? non car il y a des unités dans les dizaines et les centaines.
- 5 dizaines ? non car il y a des dizaines dans les centaines.
- 5 centaines ? oui ! Car dans les dizaines et les unités il n'y a pas de centaines.

ÉLÉMENTS DE PROGRESSIVITÉ



éduscol Informer et accompagner les professionnels de l'éducation

CYCLES 2 3 4

> MATHÉMATIQUES

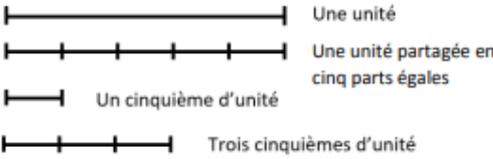
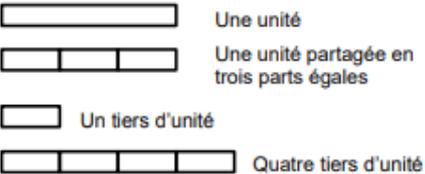
NOMBRES ET CALCULS

Fractions et nombres décimaux au cycle 3

1. Découverte des fractions simples
2. L'écriture fractionnaire
3. Les fractions simples comme opérateurs
4. Repérage sur une demi-droite graduée
5. Liens entre les différentes unités de numération, manipulation de diverses écritures de nombres décimaux utilisant les fractions décimales, décompositions diverses
6. Comparaisons de nombres décimaux et demi-droite graduée
7. Calcul avec des fractions décimales (= écritures fractionnaires)
8. Introduction de l'écriture à virgule

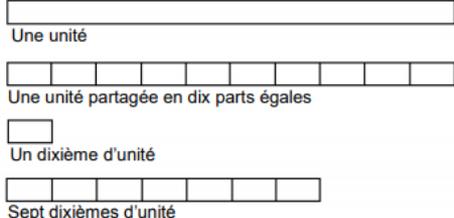
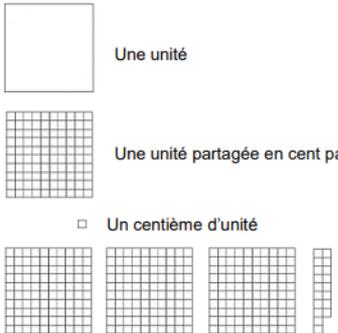
https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Fractions_et_decimaux/60/1/RA16_C3_MATH_frac_dec_doc_maitre_V2_681601.pdf

Exemples de fractions simples

AVEC DES MOTS	AVEC DES SCHÉMAS	FRACTION
<p>Trois cinquièmes</p> <p>On partage l'unité en cinq parts égales et on prend trois parts. On obtient une quantité égale à trois cinquièmes de l'unité. Cette quantité est plus petite que l'unité.</p>	<p>L'unité est la longueur d'un segment.</p>  <p>Une unité</p> <p>Une unité partagée en cinq parts égales</p> <p>Un cinquième d'unité</p> <p>Trois cinquièmes d'unité</p>	$\frac{3}{5}$
<p>Quatre tiers</p> <p>On partage l'unité en trois parts égales et on prend quatre parts : on obtient une quantité égale à quatre tiers de l'unité. Cette quantité est plus grande que l'unité.</p>	<p>L'unité est la longueur d'une bande (ou son aire).</p>  <p>Une unité</p> <p>Une unité partagée en trois parts égales</p> <p>Un tiers d'unité</p> <p>Quatre tiers d'unité</p>	$\frac{4}{3}$
<p>Deux tiers</p> <p>On partage l'unité en trois parts égales et on prend deux parts : on obtient une quantité égale à deux tiers de l'unité. Cette quantité est plus petite que l'unité.</p>	<p>L'unité est l'aire d'un disque.</p>  <p>Une unité</p> <p>Une unité partagée en trois parts</p> <p>Un tiers d'unité</p> <p>Deux tiers d'unité</p>	$\frac{2}{3}$

Exemples de fractions décimales

Fractions et nombres décimaux au cycle 3

AVEC DES MOTS	AVEC DES SCHÉMAS	FRACTION
<p>Sept dixièmes est une fraction décimale.</p>	<p>L'unité est la longueur (ou l'aire) de la bande rectangulaire.</p>  <p>Une unité</p> <p>Une unité partagée en dix parts égales</p> <p>Un dixième d'unité</p> <p>Sept dixièmes d'unité</p>	$\frac{7}{10}$
<p>Trois-cent-dix-huit centièmes est une fraction décimale.</p>	<p>L'unité est l'aire d'un carré.</p>  <p>Une unité</p> <p>Une unité partagée en cent parts</p> <p>Un centième d'unité</p> <p>Trois-cent-dix-huit centièmes d'unité</p>	$\frac{318}{100}$

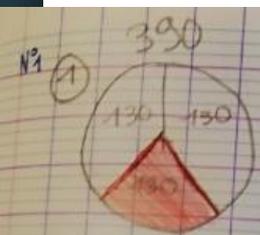
390

$\frac{1}{3}$	80	?	?
---------------	----	---	---

130

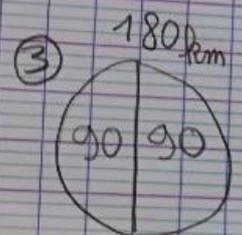
190

$390 \div 3 = 130$ $130 + 80 = 210$



②

130	390
- 80	- 210
210	180

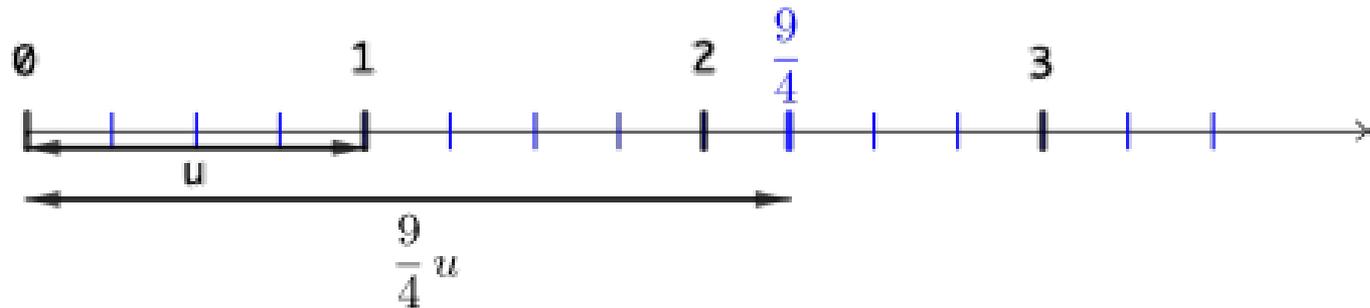


Thomas fait une course automobile de 390 km qui compte 4 étapes. La première étape représente $\frac{1}{3}$ du parcours total, la deuxième étape fait 80 km. Les deux dernières étapes ont la même distance, laquelle ?

La deuxième étape est de 80 km
 La troisième et la quatrième est de 90 km.

La droite graduée, un support essentiel pour représenter les nombres

Mais attention à ses difficultés : ce sont les mêmes pour les fractions que pour les entiers. Un point sur la droite est repéré par un nombre qui correspond à la longueur du segment limité par ce point et l'origine.



INTRODUCTION DES FRACTIONS SIMPLES

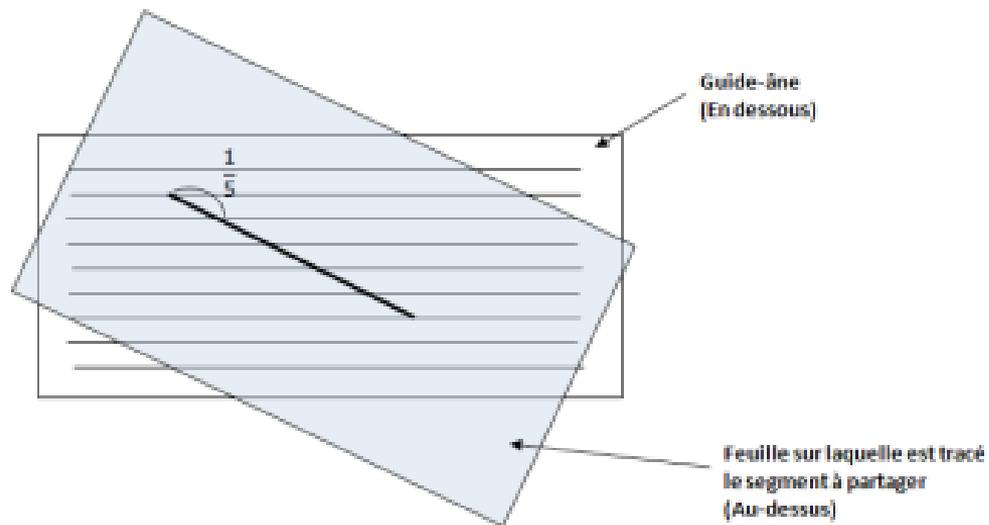
- Stratégie 1 (de partage) : on partage l'unité en 2 (ou 3), puis encore en 2 (ou 3), etc, pour fabriquer des graduations.
- Stratégie 2 (de report de mesure) : On utilise la petite bande colorée comme unité, et on compare sa longueur par report à celle de l'unité.

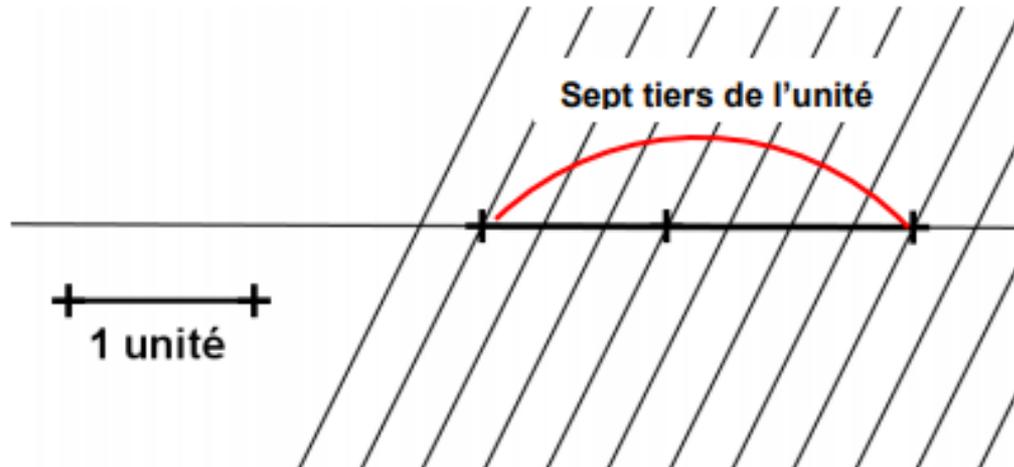
Fractions et nombres décimaux au cycle 3

Annexe 5 : Le guide-âne

<http://cache.media.education.gouv>

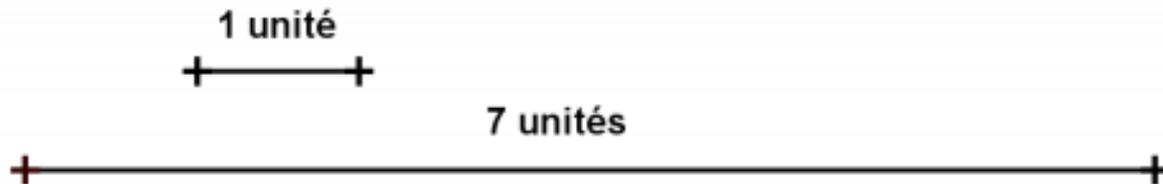
[5_673424.pdf](#)





À l'aide d'un réseau de droites parallèles, on partage un segment d'une unité de longueur en trois parties égales. Sur la droite portant ce segment, on trace un segment dont la longueur correspond à sept fois le tiers de l'unité.

On trace ensuite un segment de longueur 7 unités.



AU PAYS DES KAPLAS

Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques de Lille



Informations générales

Activités

Productions

Agenda

[Accueil](#) > [Productions](#) > [Publications](#) > Fractions et décimaux au cycle 3

Fractions et décimaux au cycle 3

mardi 26 juin 2018, par [Emmanuel Ostenne](#)



Productions

Publications

Ressources pédagogiques

Ressources de l'offre de formation

Autour des mathématiques

Auteurs : Groupe IREM Plan Maths

<https://irem.univ-lille1.fr/spip.php?article444>

AU PAYS DES KAPLAS

Séance n°1 **Construction en équipe**

Chacun pose à son tour un élément, il s'agit d'obtenir une construction stable et régulière.

Observations et analyse des différentes constructions : répétition, augmentations, diminutions, effets de symétrie, équilibre, originalité...

On photographie les constructions qui pourront être exploitées plus tard.



AU PAYS DES KAPLAS

Séance n°2 Reproduire une construction donnée

Chaque groupe devra reproduire la construction à l'identique.
Si cela est nécessaire, un système de jetons peut être mis en place pour permettre de revoir la tour.



AU PAYS DES KAPLAS

Séance n°3 Mesurer un segment avec une unité donnée : le KAPLA®

Situation

Au pays des kaplas, on ne dispose pas de règle graduée, on se sert des kaplas pour mesurer.
Il s'agit de faire une commande, de rubans de différentes longueurs ou de bandes de papier pour un événement.

Consigne

- « Positionnez les kaplas le long du segment pour en donner la longueur.
Vous pourrez utiliser les différentes dimensions du kapla. »
- « Trouvez au moins 3 écritures différentes de la solution. »

AU PAYS DES KAPLAS



Consigne

« Positionnez les kaplas le long du segment pour en donner la longueur. Vous pourrez utiliser les différentes dimensions du kapla. »

« Trouvez au moins 3 écritures différentes de la solution. »

AU PAYS DES KAPLAS

Niveaux :

CM1 - Introduction de nouveaux nombres : découverte des fractions

CM2 - Réactivation de la notion de fraction vers l'introduction des nombres décimaux

Principe :

Le kapla est choisi comme unité de référence pour mesurer des longueurs.

Après avoir mesuré des longueurs que l'on peut exprimer par un nombre entier de kaplas, l'élève est confronté à une insuffisance de ces nombres entiers lorsqu'on lui soumet d'autres longueurs.

Il aura alors recours aux cinquièmes ou aux quizièmes, en utilisant la planchette dans d'autres sens.

Intuitivement, il pourra construire d'autres fractionnements utiles, et en sentir déjà les limites.

Le fractionnement en dixièmes, centièmes, etc. sera un prolongement naturel de l'activité.

AU PAYS DES KAPLAS

Séance n°5 **Pliages et fractions**

Situation

On donne à chaque élève une feuille de papier sur laquelle est tracée l'empreinte d'un kapla unité.
L'élève dispose également d'une planchette qu'il peut superposer au dessin.

Consigne

« Fractionnez la longueur du kapla en dix parts égales »

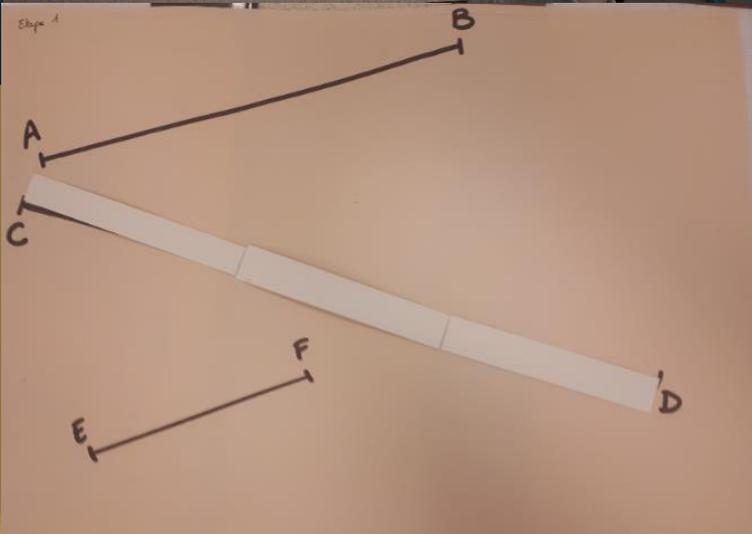
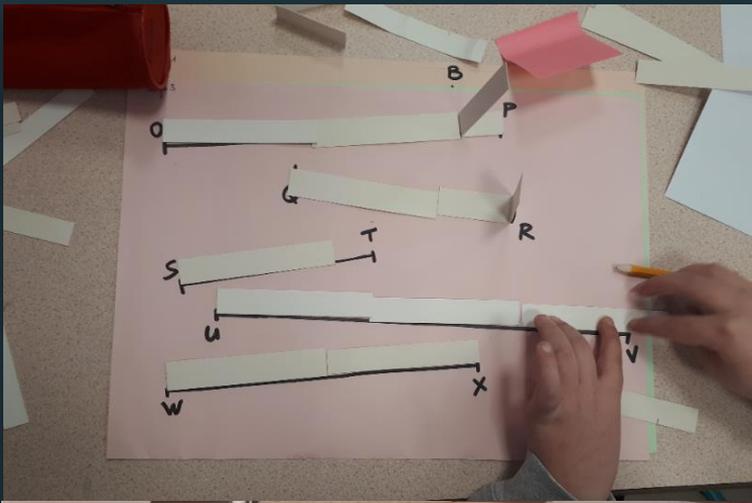


Le partage en 5 parts se fait par superposition de la largeur du kapla.



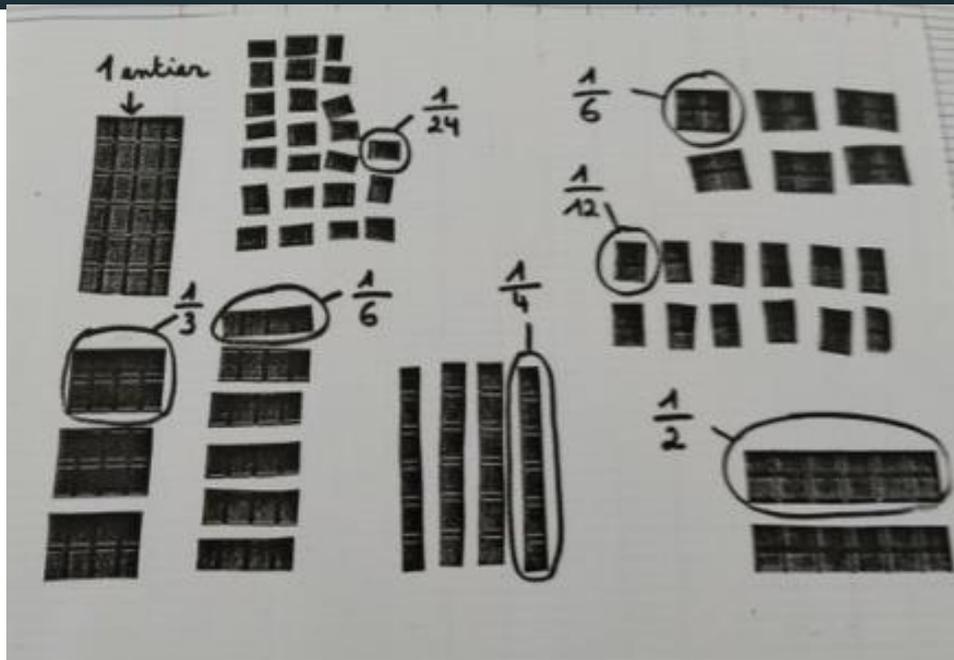
La bande est ensuite découpée et pliée pour construire les dixièmes.





Séance n°1 – découverte des fractions

Objectifs :	Introduire la nécessité de nouveaux nombres fractionnaires. Confronter les élèves à un problème de mesure de longueur avec une unité non conventionnelle.	
Matériel	3 grandes feuilles A3 avec des segments de diverses mesures. Plusieurs bandes de papier (12cm) enveloppes et post it	
10min	<p>Phase 1 : découverte</p> <p>Obj: S'approprier du matériel, les règles du jeu. Mesurer des segments avec une unité de mesure non conventionnelle. Distribuer le matériel et explication des consignes. Les élèves mesurent 1 segment, ils écrivent la mesure sur le post-it puis mettent les bandes de papier dans l'enveloppe pour vérification. Passer l'enveloppe au groupe voisin. Brainstorming de ce qui a fonctionné ou non / se mettre d'accord sur le vocabulaire à employer.</p>	« Vous allez vous mettre par groupe de 3. Il va falloir mesurer les différents segments à l'aide des bandes de papier. Vous allez choisir un segment que vous allez mesurer avec la bande de papier, puis écrire un message pour expliquer quelle est la mesure du segment que vous avez choisi. Le message doit être le plus clair possible. » Feuille n°1
10min	<p>Phase 2 : phase de jeu</p> <p>Obj: Introduire la nécessité de nouveaux nombres fractionnaires : le demi. Expliquer que nous allons rejouer au même jeu. Les élèves sont confrontés à des segments comprenant des $1/2$.</p>	« Nous allons rejouer au même jeu. » Feuille n°2
15 min	<p>Phase 3 : Phase métacognitive via une carte mentale évolutive tout au long de la séquence.</p> <p>Obj: Introduire la nécessité de nouveaux nombres fractionnaires : le demi. Réaliser une carte mentale servant d'affichage et de leçon. → relevé des procédures efficaces. → introduction du nom le demi , son écriture fractionnaire → réaliser un affichage des différentes représentations / $1/2$, demi, moitié d'une bande, frise numérique, demi cercle. → insister sur la nécessité de ce nouveau nombre qui est la fraction qui représente la moitié d'un entier.</p>	
10min	<p>Phase 4 : Introduction du quart</p> <p>Obj: Introduire la nécessité de nouveaux nombres fractionnaires : le quart</p> <p>Même jeu mais avec l'introduction du quart.</p>	Feuille n°3



1. 1 heure, c'est 60 min.
Combien de minutes y a-t-il dans $\frac{1}{4}$ (un quart) d'heure ? 

2. Combien de minutes y a-t-il dans une demi-heure ?  Dessine un cadran d'horloge puis représente $\frac{1}{2}$ (une demi) heure sur ce cadran.

3. Combien de minutes sont représentées sur ce cadran ?
Quelle fraction d'heure cela représente-t-il ? 

Problème
Propose plusieurs façons de partager équitablement cette plaque de chocolat entre quatre enfants.
Dessine ces partages.
Combien de carrés de chocolat y a-t-il dans chaque part ? 

4. **Problème**
Paul a cette collection de billes. Ali dit : « Moi, j'ai le quart de ce que tu as. »
Combien de billes possède Ali ? 

5. **Problème**
 J'ai 43 billes. J'en ai trois fois plus que toi. J'ai 14 billes. J'ai le tiers de ce que tu as.

Les fractions simples

Nous avons essayé de partager un entier (une tablette de chocolat) en parts égales.

Nous avons trouvé les fractions suivantes :

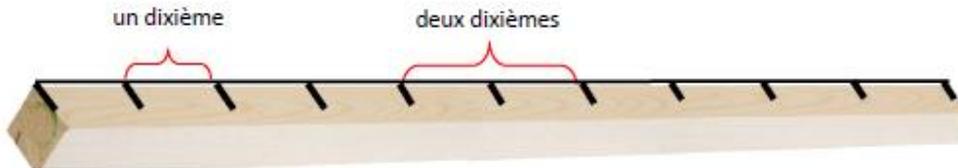
en 2 $\Rightarrow \frac{1}{2}$ une demi	en 4 $\Rightarrow \frac{1}{4}$ un quart
en 3 $\Rightarrow \frac{1}{3}$ un tiers	en 6 $\Rightarrow \frac{1}{6}$ un sixième
en 12 $\Rightarrow \frac{1}{12}$ un douzième	en 8 $\Rightarrow \frac{1}{8}$ un huitième
	en 24 $\Rightarrow \frac{1}{24}$ un vingt-quatrième

INTRODUCTION DES NOMBRES DÉCIMAUX

HISTOIRE DU TAILLEUR



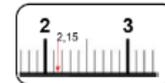
Pour les mesurer, il avait un tasseau de bois :



$$\frac{215}{100} = 2 + \frac{1}{10} + \frac{5}{100}$$

$$= 2,15$$

2 unités, 1 dixième et 5 centièmes
ou
2 unités et 15 centièmes

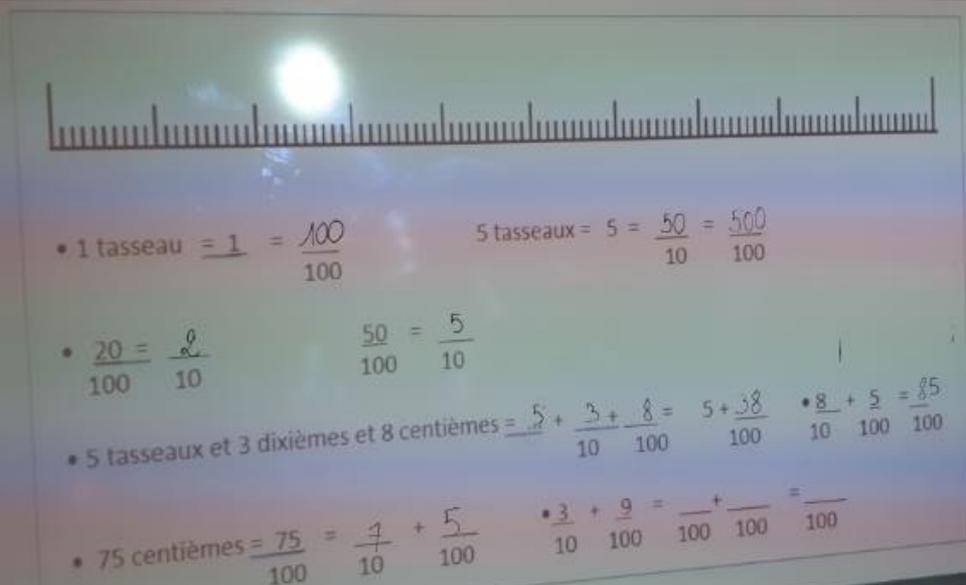
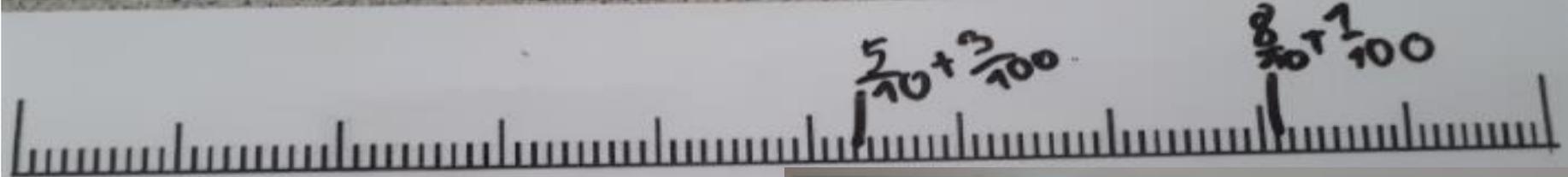


écriture fractionnaire
 $\frac{215}{100}$

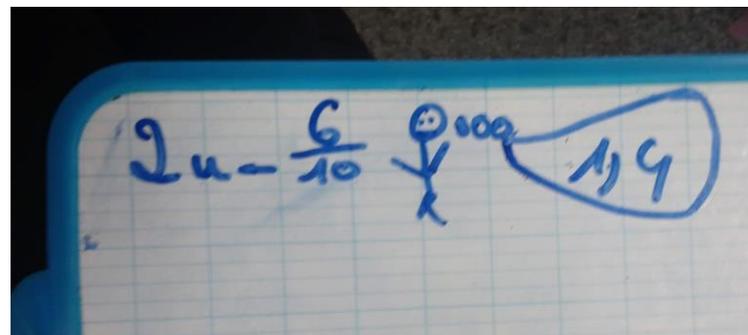
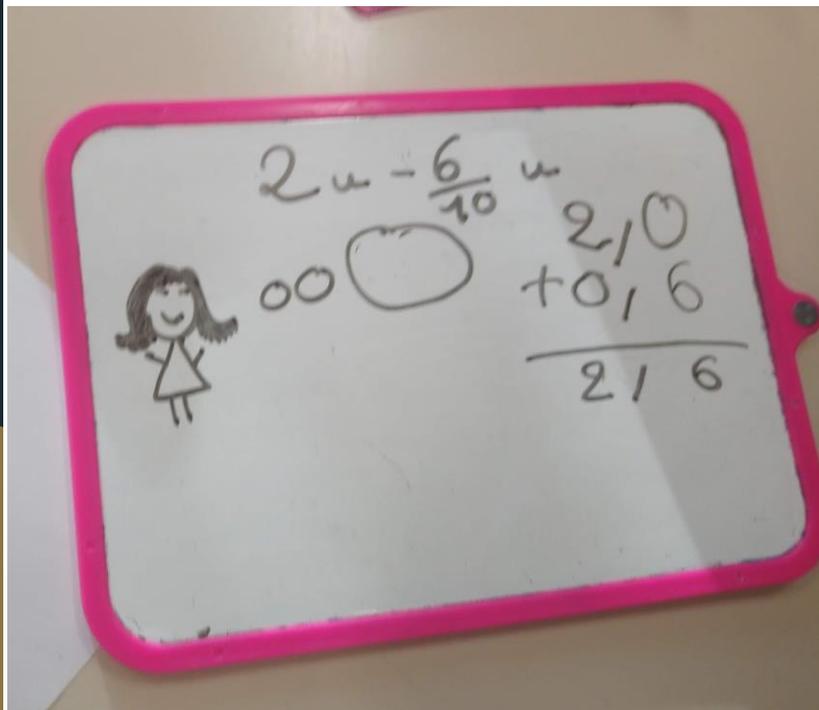
2,15

Décomposition:
 $2 + \frac{1}{10} + \frac{5}{100}$

Unité	Dixième	Centième
2	1	5



Classe de Mme Wieser Wittelsheim



Classe de Mme Claden CM1/CM2 Vieux Thann

$20 - \frac{6}{10}$ (1,4)

échange:

Résultat:

1u + $\frac{4}{10}$

Nombre décimal: $1,0 + 0,4 = 1,4$

droite graduée:

$1u + \frac{9}{10}u + 1u + \frac{30}{100}$ (3,20)

je regroupe

échange

fractions 1u + 1u + 1u + $\frac{20}{100}$

de nombre décimal $1,0 + 1,0 + 1,0 + 0,20 = 3,20$

de droite graduée

Classe de Mme Claden CM1/CM2 Vieux Thôn

1 unité

Je partage l'unité en 10 parts égales. J'obtiens des dixièmes.



$\frac{1}{10}$

(un dixième de l'unité)

Je partage l'unité en 100 parts égales. J'obtiens des centièmes.



$\frac{1}{100}$

(un centième de l'unité)

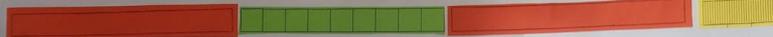
Je partage l'unité en 1000 parts égales. J'obtiens des millièmes.



$\frac{1}{1000}$

(un millième de l'unité)

$$1\text{u} + \frac{9}{10}\text{u} + 1\text{u} + \frac{30}{100}\text{u}$$



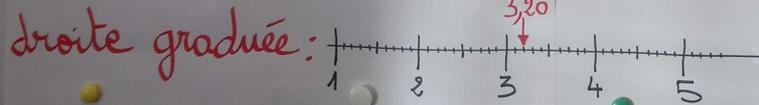
On regroupe :

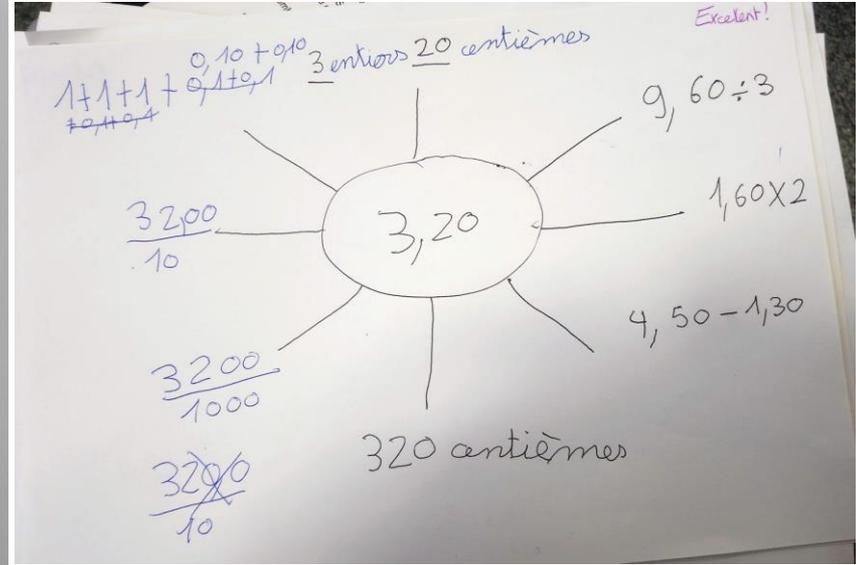
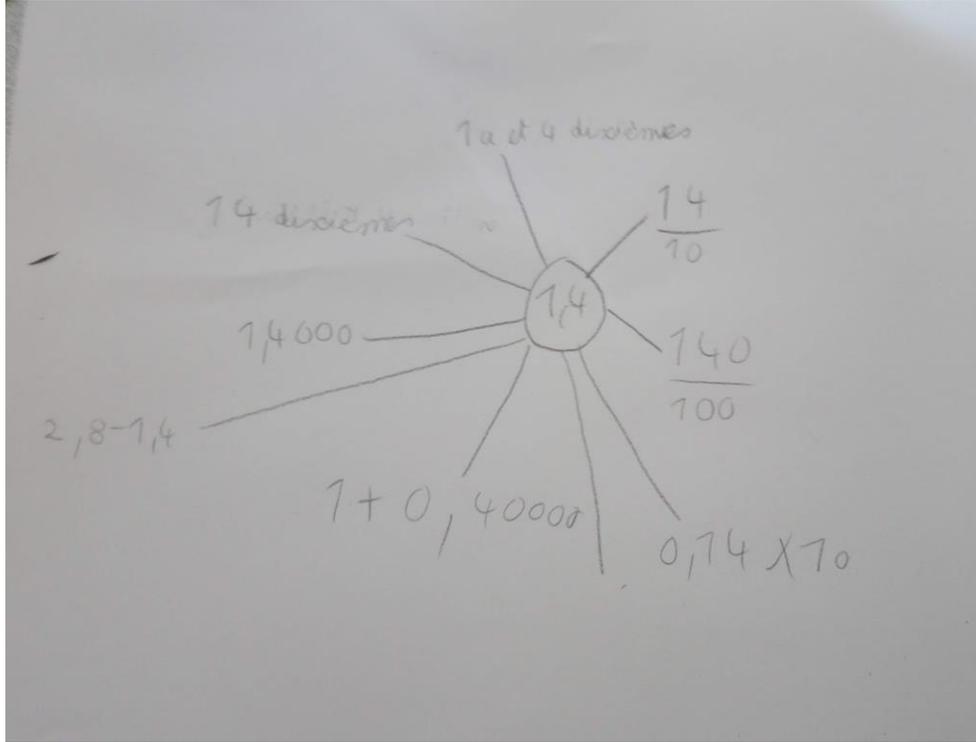
$$1\text{u} + 1\text{u} + \left(\frac{9}{10}\text{u} + \frac{10}{100}\text{u}\right) + \frac{20}{100}\text{u}$$

On échange :

$$1\text{u} + 1\text{u} + 1\text{u} + \frac{20}{100}\text{u}$$

Nombres décimaux : $1,0 + 1,0 + 1,0 + 0,20 = 3,20$





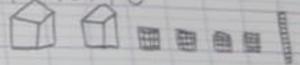
Classe de Mme Claden CM1/CM2 Vieux Thann

Nombres et calculs

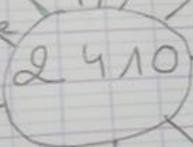


$$(2 \times 1000) + (4 \times 100) + (1 \times 10) + 0$$

$$2000 + 410$$
~~$$199 +$$~~



MMCCCCX
deux-mille-quatre-cent-dix



$$(1205 \times 2) + 1205$$

$$2510 - 100 = 2410$$

$$2000 + 400 + 10$$

$$\underline{241} \times 10$$

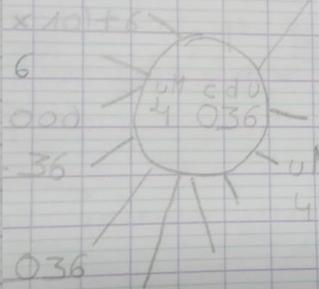
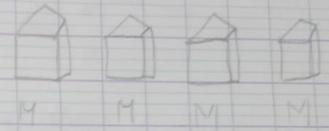
$$2UM \quad \underline{410}U$$

$$\underline{24}c \quad \underline{10}u$$

$$2UM \quad 4c \quad 1d \quad 0u$$

Nombres et calculs (Souligne)

Je trouve différentes écritures d'un nombre.



quatre-mille-trente-six

40c 36u

4UM 0c 3d 6u

403d 6u

Excellent!

LES ERREURS DES ÉLÈVES

> MATHÉMATIQUES

Nombres et calculs

Exemples d'erreurs observées

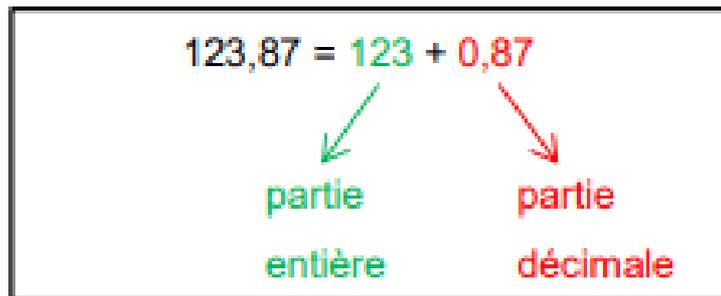
$$1\ 4 = 1,4 ; 23/ 10 = 23,10$$

Le trait de fraction est vu comme un « séparateur » entre deux entiers, au même titre que la virgule.

Exemples d'erreurs observées

$$3,82 > 3,9$$

On privilégiera une trace écrite de la forme :


$$123,87 = 123 + 0,87$$

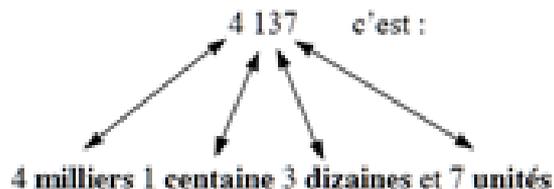
partie entière partie décimale

ou son équivalent avec des fractions décimales, qui montre explicitement ce qu'est la partie décimale d'un nombre décimal.

Exemples d'erreurs observées

Confusion entre « dizaine » et « dixième », une dizaine < une centaine MAIS un dixième > un centième

Aspect position de la numération : dans l'écriture d'un nombre, la valeur des chiffres dépend de leur position.



Ce que l'on écrit souvent dans un tableau de numération :

M	C	D	U
4	1	3	7

Le chiffre 0 sert à marquer la position des chiffres quand une unité est absente.

123,76

Cent-vingt-trois unités et
soixante-seize centièmes

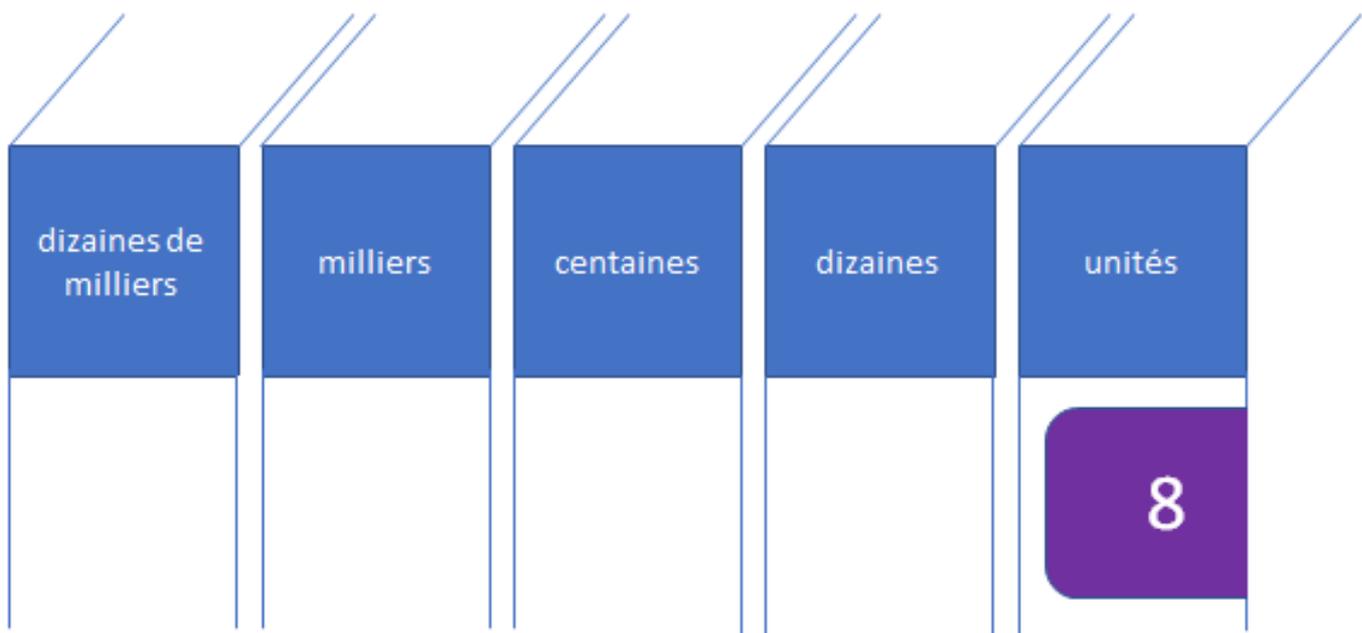
Exemples d'erreurs observées

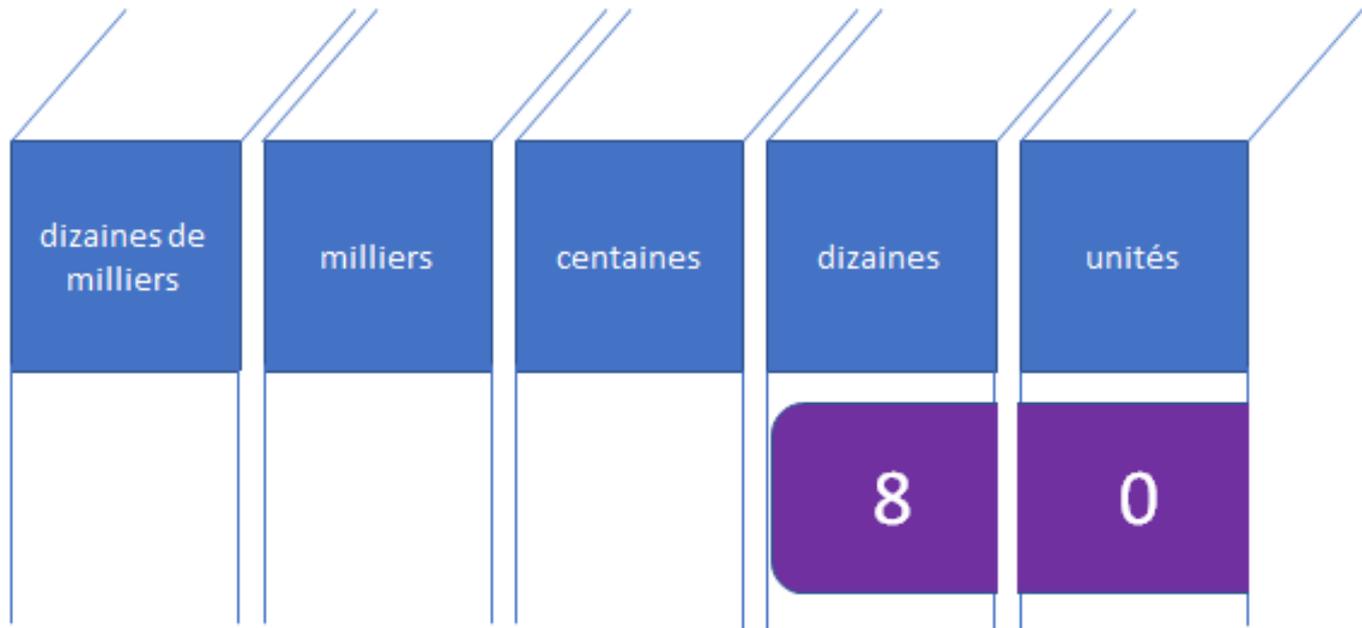
$$2,37 \times 10 = 2,370; 2,37 \times 10 = 20,37$$

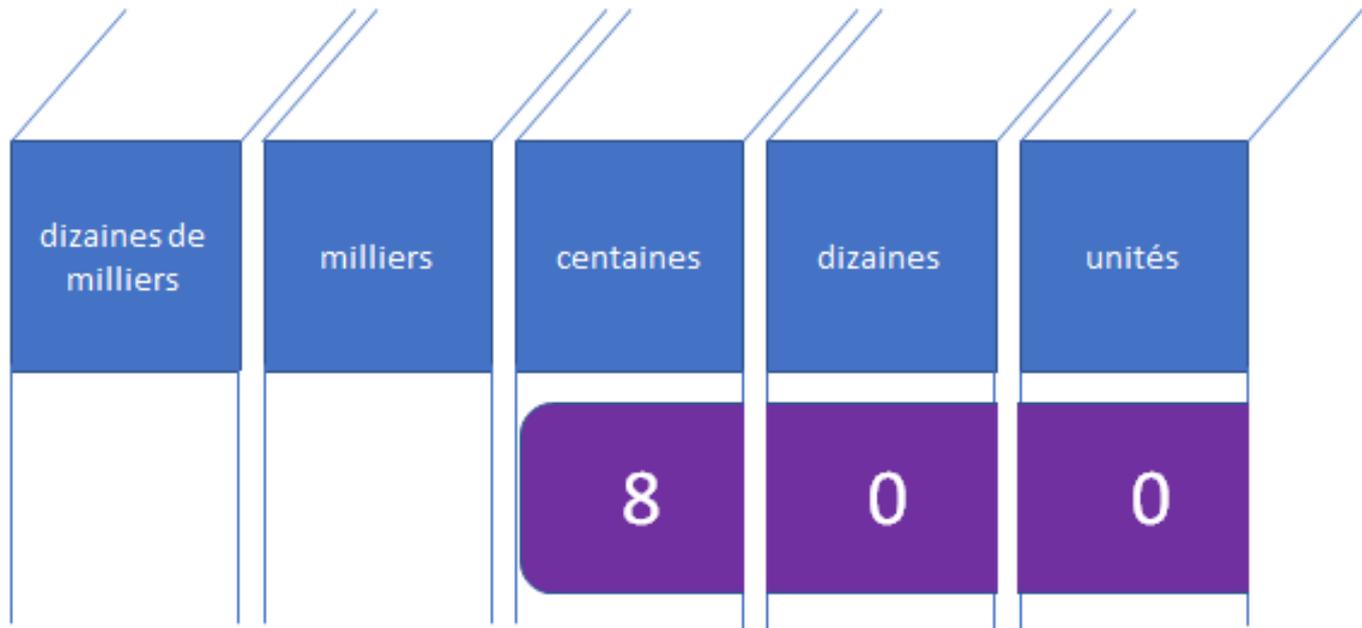
Fractions et nombres décimaux au cycle 3

Annexe 4 : Le glisse-nombre¹

http://cache.media.education.gouv.fr/file/Fractions_et_decimaux/42/2/RA16_C3_MATH_frac_dec_annexe_4_673422.pdf





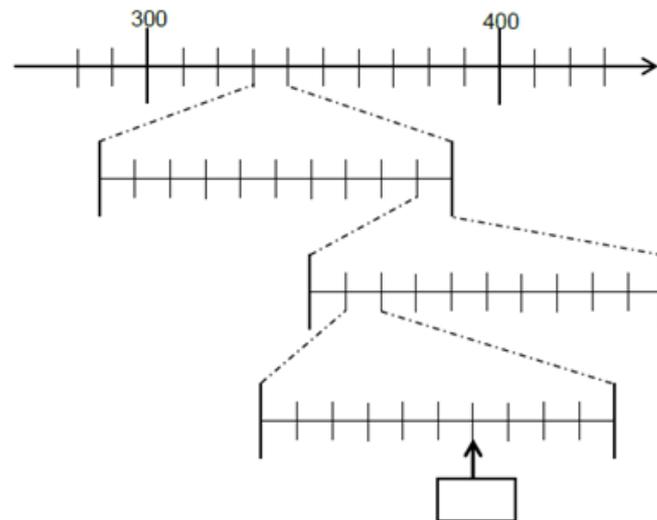




Exemples d'erreurs observées

Difficultés pour trouver un nombre
décimal vérifiant l'encadrement :
 $2,7 < \dots < 2,8$

« Écrire le nombre qui convient dans le rectangle. »



MANIPULER, VERBALISER, ABSTRAIRE

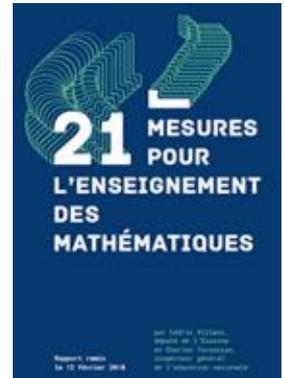
MATHÉMATIQUES : EFFICACITÉ, PLAISIR ET AMBITION POUR TOUS

5

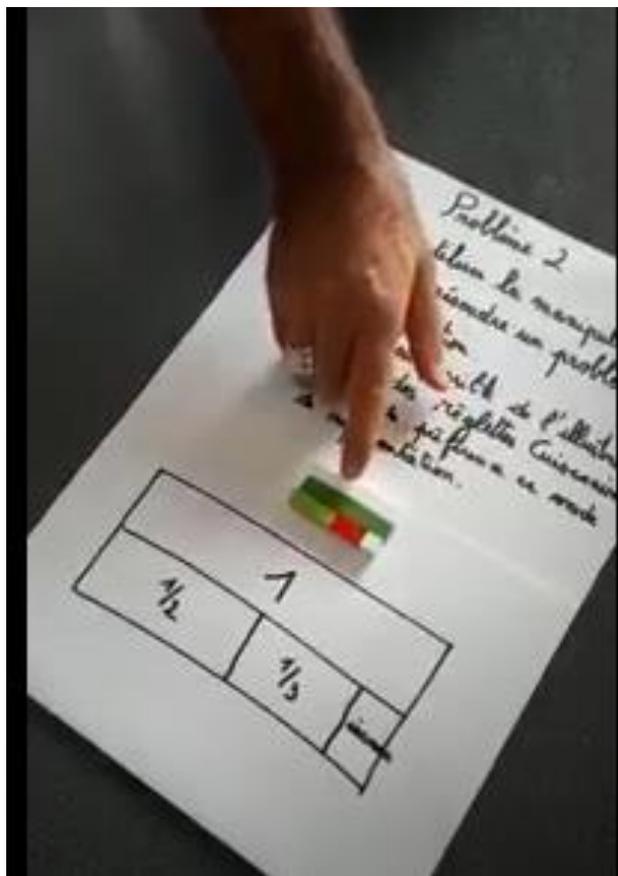
Les étapes d'apprentissage

Dès le plus jeune âge mettre en œuvre un apprentissage des mathématiques fondé sur

- la manipulation et l'expérimentation ;
- la verbalisation ;
- l'abstraction.



La verbalisation est centrale : dès la maternelle, le professeur encourage l'élève à raisonner à voix haute et à échanger avec les autres en mettant « un haut-parleur sur sa pensée ».



<https://drive.google.com/file/d/1GTEshfujGc-5rASbMjzVrzFObYOM6ulg/view?usp=sharing>

- Mes économies s'élèvent à 3 cinquièmes de celles de mon frère. Mon frère a 24 € de plus que moi. Combien possède mon frère ?

mon frère	brique	brique	brique	12	12
moi	brique	brique	brique	24	

➤ Construction du modèle

- La valeur de référence est partagée en 5
- Mes économies en représentent trois cinquièmes
- Mon frère a 24 € de plus que moi, deux cinquièmes de la valeur de référence.
- Modèle « calculable » et « calculatoire » : congruence avec la structure mathématique
- Equation du type « $ax=cx+d$ »

• **Recette du quatre-quarts pour 8 personnes :**

250g de sucre/250g de beurre/250g de farine/4 œufs

Combien faut-il de sucre pour 4 personnes?

Combien faut-il d'œufs pour 12 personnes?

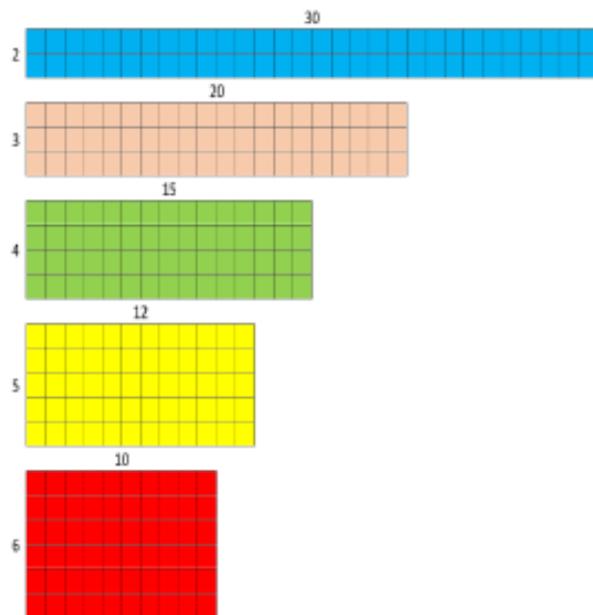
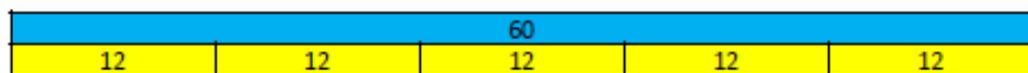
Combien faut-il de farine pour 20 personnes?

8 personnes				4 personnes			
250 g	250 g	250 g	4 oeufs	125 g	125 g	125 g	2 oeufs

4 personnes				4 personnes				4 personnes			
125 g	125 g	125 g	2 oeufs	125 g	125 g	125 g	2 oeufs	125 g	125 g	125 g	2 oeufs

- Mise en relation des grandeurs et sens de la proportionnalité
- Explicitation des procédures possible et des calculs
- Explicitation des propriétés liées à la proportionnalité
- Favorise la compréhension du tableau de proportionnalité

- $60 = 2 \times 30 = 3 \times 20 = 4 \times 15 = 5 \times 12 = 6 \times 10$



- Emergence de la décomposition multiplicative d'un nombre : « paquets de »
- Vision du nombre en 2 dimension (lien avec aires et les fractions)
- Emergence de la commutativité de la multiplication :
 - 6 « paquets de » 10 et 10
 - « paquets de » 6 font 60 objets.

POUR CONCLURE

Points communs avec les entiers

- même support de représentation sur la droite graduée,
- technique de comparaison analogue à celle des entiers pour les nombres décimaux, en étant vigilant sur les unités comparées (ne pas se tromper de place dans l'écriture)
- techniques opératoires liés à la base dix identiques aux entiers pour les nombres décimaux, en étant vigilant sur les unités communes.

Ruptures avec les entiers

- Existences de nombres arbitrairement petits,
- Pas de successeur, existence de nombres arbitrairement proches, (intercalation)
- Techniques opératoires de l'addition et de comparaison additive difficiles avec des fractions qui ne sont pas décimales.
- Les effets des multiplications et divisions par les nombres plus petits que 1 contredisent l'idée que la multiplication grandit le nombre et que la division le diminue.

Mathématiques
Enseigner la numération
Présentiel 1h30

Mathématiques
Enseigner la numération
Expérimentation 1h30

Français
Enseigner le vocabulaire
Présentiel 1h30

Français
Enseigner le vocabulaire
Expérimentation 1h30

**FORUM
PEDAGOGIQUE**
Ateliers,
Expositions,
Echanges de
pratiques,
Rencontre
d'éditeurs, Table
ronde

12 mai 2021

PLAN DE FORMATION 2020-2021

Déclinaison du parcours « LA NUMERATION AU C3 » 9h

RAPPEL DE LA DECLINAISON DES 9H DE FORMATION



CONTENUS DES 1H 30 A DISTANCE

Documents à s'approprier et inducteurs de pratiques	Axes de réflexion et consigne de travail	Modalités de restitution
<ol style="list-style-type: none"> Le diaporama de la formation Mise en regard des programmes du cycle 3 https://eduscol.education.fr/87/i-enseigne-au-cycle-3 Repères annuels de progression et Attendus de fin d'année https://eduscol.education.fr/137/attendus-de-fin-d-annee-et-reperes-annuels-de-progression-du-cp-la-3e Conférence de consensus « Nombres et calcul au primaire » Nombres et calcul au primaire (cnesco.fr) Portail Eduscol numération Cycle 2 et Cycle 3 http://www.circ-ien-thann.ac-strasbourg.fr/ien/wp-content/uploads/2019/06/portail_eduscol_cycle_2_et_3_maths.pdf Site enseigner la numération Accueil Numération du CE2 à la 6eme : ressources pour les enseignants (free.fr) Vidéos Manipuler https://drive.google.com/file/d/1GTEshfujGc-SrASbMjzVrzFObYOM6ulg/view?usp=sharing Fleur des nombres http://videos.education.fr/MENESR/eduscol.education.fr/2016/Ressources2016/Math/A3-S5-La_fleur.mp4 Au pays des kaplas groupe IREM Lille Le Tailleux Méthode Heuristique des Mathématiques Nicolas Pinel https://echanges.ac-strasbourg.fr/oc/index.php/s/0eFMLtmyOMZahZE 	<ul style="list-style-type: none"> Expérimenter en classe des outils, supports, modalités de travail en lien avec la numération Mesurer leur efficacité (effets sur les élèves et sur leur rapport aux apprentissages) Les rendre communicables auprès des autres collègues de cycle 2 de la circonscription : photos (de traces collectives ou individuelles, d'affichages ou de référents utilisés, d'outils méthodologiques, de supports de conscientisation des apprentissages, de supports d'évaluation, 	<p>Les documents produits seront à héberger sur un espace numérique collaboratif et / ou à partager lors du forum (affichage, vidéo, ...)</p>